Chapitre 9

Circuits parcourus par un courant alternatif sinusoïdal

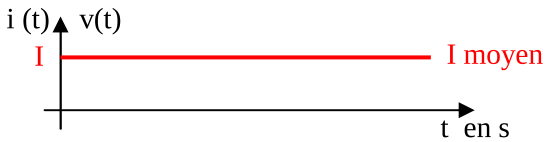
Travail personnel

INTRODUCTION

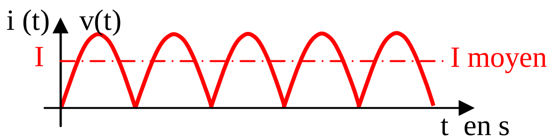
Nous avons vu dans un premier chapitre les circuits parcourus par un courant continu. Nous savons que dans un circuit le courant continu circule toujours dans le même sens : du potentiel le plus élevé vers le potentiel le moins élevé ; On dit qu'il est **unidirectionnel**. L'intensité du courant ou la tension (différence de potentiel) peuvent prendre des valeurs différentes en fonction du temps. Avec un oscilloscope nous pouvons visualiser la forme du courant ou de la tension en fonction du temps. Cette représentation est notée i(t) pour le courant et v(t) ou u(t) pour la tension.

Exemple de courants unidirectionnels :

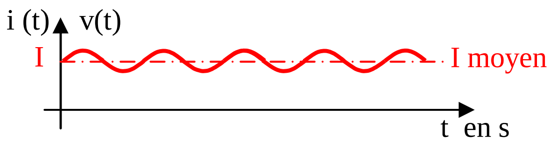
- Courant continu constant :
  L'intensité ne change pas dans le temps
  La tension ne change pas dans le temps



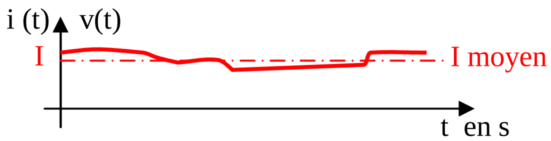
- Courant continu redressé :
  L'intensité change en fonction du temps
  La tension change en fonction du temps



- Courant continu ondulé :
  L'intensité change en fonction du temps
  La tension change en fonction du temps



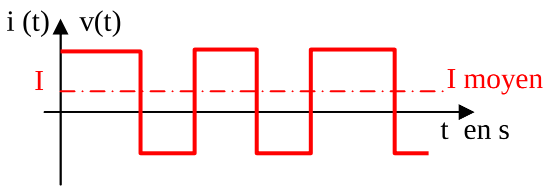
- Courant continu quelconque :
  L'intensité change en fonction du temps
  La tension change en fonction du temps



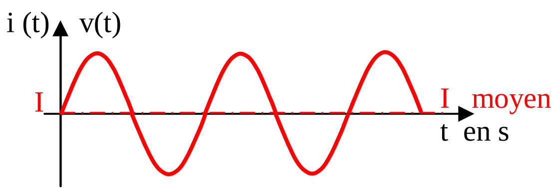
Il existe aussi des courants qui changent de sens en fonction du temps : Ils sont **bidirectionnels**. Ils sont alternativement dans un sens puis dans l'autre puis etc… Ce sont des **courants alternatifs**.

Exemple de courants bidirectionnels:

- Courant alternatif rectangulaire :
  L'intensité et la tension change de sens et de valeur en fonction du temps

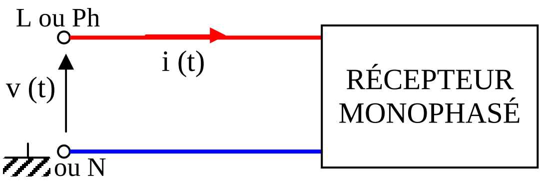


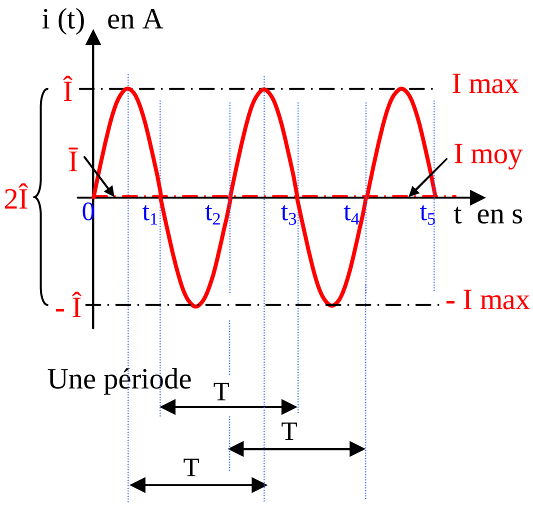
- **Courant alternatif sinusoïdal**
  L'intensité et la tension change de sens et de valeur en fonction du temps et prend le forme d'une sinusoïde. C'est la forme du courant et de la tension fourni par le réseau EDF en **monophasé** ou en **triphasé**.



1. GÉNÉRALITÉS SUR LES CIRCUITS MONOPHASÉS

1.1. Définitions et caractéristiques





Un **circuit monophasé** est un circuit alimenté par **une tension alternative sinusoïdale v(t)** et parcouru par **un courant alternatif sinusoïdal i(t)**.
Les valeurs de v(t) et de i(t) changent avec le temps.
Le circuit est constitué d'**une phase** notée Ph ou L référencée par rapport à une masse ou **un neutre** N.

Un courant alternatif sinusoïdal est un courant bidirectionnel, périodique et symétrique. Il en est de même pour une tension alternative sinusoïdale.

Sa représentation graphique est sinusoïdale. Elle varie en fonction du temps. Sur la courbe ci contre, on constate que de t = 0 à t_1 l'intensité est positive,
de t_1 à t_2 l'intensité est négative,
de t_2 à t_3 l'intensité est positive, etc...
Le courant s'annule et change de sens à t = t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, etc… Le courant est donc bien **bidirectionnel**.
De plus, le phénomène se reproduit à intervalles réguliers dans le temps: on dit qu'il est **périodique**.
Enfin, la forme du courant positif est identique à la forme du courant négatif: Il est aussi **symétrique**.

- On appelle **période** l'intervalle de temps noté **T** en secondes qui sépare deux instants consécutifs où le phénomène se reproduit identique à lui-même.
  Par exemple entre les instants t_1 et t_3 ou bien entre t_2 et t_4 ou entre deux maximum consécutifs.

- L'**alternance** est la durée d'une demi période: par exemple: l'alternance positive ou négative

- Plus la période est courte plus le phénomène se reproduit souvent. On définit la **fréquence** notée **f** d'une grandeur périodique le nombre de périodes par seconde. La fréquence f est en hertz.

f = 1 / T
f: fréquence en hertz (Hz)
T: période en secondes (s)

- Le courant passe par une valeur maximale lorsqu'il est positif et lorsqu'il est négatif.
  La **valeur maximale** du courant ou **valeur crête** est notée $\hat{I}$ ou parfois tout simplement **I max**.

- Le courant est symétrique par rapport à zéro: il est aussi souvent positif que négatif.
  La **valeur moyenne** du courant est égale à 0. Elle est notée $\bar{I}$ ou parfois simplement **I moy**.

- La valeur du courant à un instant donné s'appelle la **valeur instantanée** et se note **i** en ampères telle que :

$$\boxed{i = \hat{I} \cdot \sin(\omega.t + \varphi)}$$

Le terme $\sin(\omega.t + \varphi)$ est la fonction mathématique **sinus** où $(\omega.t + \varphi)$ est un **angle en radians**, qui désigne la **phase** du courant à l'instant t, ω la **pulsation** en radians par seconde, t le temps en secondes et φ la phase initiale du courant à l'instant t = 0

$$\boxed{\omega = 2.\pi.f = 2.\pi / T}$$

Un courant **alternatif sinusoïdal** est donc caractérisé par son **amplitude** et surtout par sa **fréquence**. L'amplitude est définie par la **valeur crête maximale Î** ou parfois par la **valeur crête à crête** soit **2Î**. Il en est de même pour une tension alternative sinusoïdale monophasée.


Heinrich Rudolf Hertz
Allemand (1857-1894)

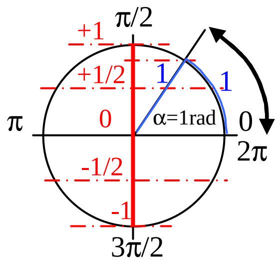
La **fréquence f** définit par le nombre de **périodes T** par unité de temps c'est à dire le nombre de fois où le signal se reproduit identiquement par seconde.

Par exemple le courant fourni par EDF a une fréquence constante de 50 hertz soit 50 périodes par seconde.
Il a donc 100 alternances positives ou négatives. La pulsation est de 314 rad/s.

Aux Etats-Unis la fréquence est de 60 Hz.
Dans les avions elle est de 400 Hz.

<u>Rappels mathématiques sur le cercle trigonométrique:</u>
Le cercle trigonométrique n'a pas d'unité et son rayon vaut 1.

¼ de tour de cercle fait 90 degrés soit (π/2) rad	sin (π/2) = 1
½ tour de cercle fait 180 degrés soit π rad	sin (π) = 0
¾ de tour de cercle fait 270 degrés soit (3π/2) rad	sin (3π/2) = - 1
1 tour de cercle fait 360 degrés soit 2π rad	sin (2π) = 0
1/12 tour de cercle fait 30 degrés soit (π/6) rad	sin (π/6) = ½
11/12 tour de cercle fait 330 degrés soit (π/6) rad	sin (11π/6) = - ½

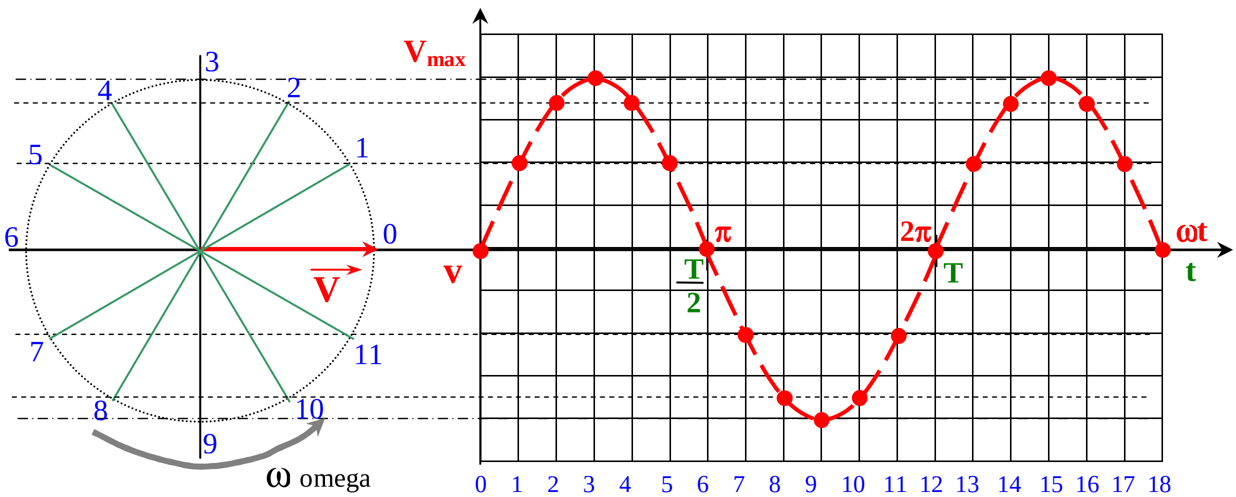


1 radian est la mesure de l'angle dont la longueur de l'arc est égale au rayon du cercle
π radian = 180 degrés donc 1 radian = 57,3 degrés et sin 1 = 0,84 (1 étant 1 radian !)

<u>ATTENTION</u> : lorsque l'on fait ces calculs il faut bien savoir si l'unité est la radian ou le degré !

1.2. <u>Représentation vectorielle de Fresnel</u>

La fonction mathématique sinus peut être représentée par un vecteur tournant. La longueur du vecteur correspond à l'amplitude maximale de la tension ou du courant et, à la phase on associe un angle.



➢ Dans l'exemple ci dessus nous avons représenté la tension $v = V_{max} \sin(\omega.t + \varphi)$

Pour cela nous avons divisé le cercle de rayon V_{max} en 12 parties égales à 30 degrés ou $\pi/6$ rad.

- Lorsque le vecteur V est à la position 0, l'angle est nul donc la phase $(\omega.t + \varphi)$ est nulle et $v = 0$ V
- Lorsque le vecteur V est à la position 1, l'angle est $\pi/6$ rad d'où $v = V_{max} \sin(\pi/6)$ et $v = V_{max}/2$ V
- Lorsque le vecteur V est à la position 3, l'angle est $\pi/2$ rad d'où $v = V_{max} \sin(\pi/2)$ et $v = V_{max}$ V
- Lorsque le vecteur V est à la position 5, l'angle est $5\pi/6$ rad ; $v = V_{max} \sin(5\pi/6)$ soit $v = V_{max}/2$ V
- Lorsque le vecteur V est à la position 6, l'angle est π rad d'où $v = V_{max} \sin(\pi)$ donc $v = 0$ V
- Lorsque le vecteur V est à la position 7, l'angle est $7\pi/6$ rad ; $v = V_{max} \sin(7\pi/6)$ et $v = - V_{max}/2$ V
- Lorsque le vecteur V est à la position 9, l'angle est $-\pi/2$ rad ; $v = V_{max} \sin(-\pi/2)$ et $v = -V_{max}$ V
- Lorsque le vecteur V est à la position 11, l'angle est $11\pi/6$ rad ou bien $-\pi/6$ rad et $v = - V_{max}/2$ V
- Lorsque le vecteur revient en position 0, l'angle est de nouveau nul et $v = 0$ V
- Etc…

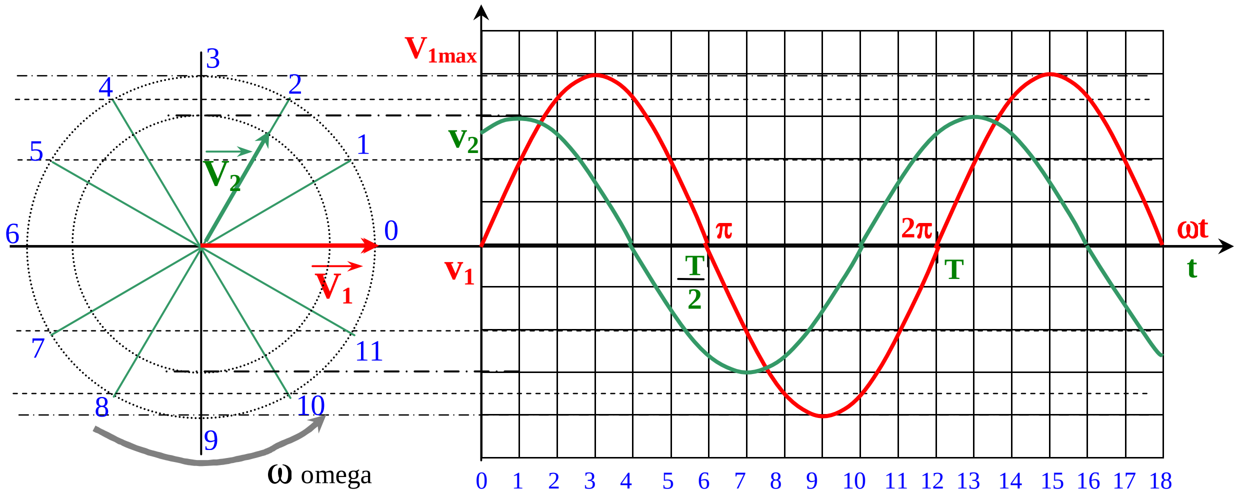
Le vecteur a fait un tour. La vitesse angulaire du vecteur est ω c'est à dire la **pulsation** en rad/s

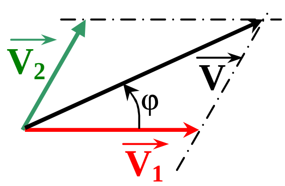
Le temps mis par le vecteur pour faire un tour est la **période T** en seconde

➢ Nous pouvons alors définir une origine des temps:

- Si le temps t = 0 a lieu en position 0, $(\omega.t + \varphi) = 0$ signifie que la phase φ à l'instant 0 est nulle.
- Si le temps t = 0 a lieu en position 1, $(\omega.t + \varphi) = \pi/6$; la phase φ à l'instant 0 est 30 degrés.
- Si le temps t = 0 a lieu en position 11, $(\omega.t + \varphi) = - \pi/6$; la phase φ à l'instant 0 est - 30 degrés.
- Etc…

➢ Cette méthode graphique est très utile lorsque l'on veut ajouter deux tensions ou deux courants:





Il est difficile de calculer l'équation trigonométrique telle que $v = v_1 + v_2 = V_{1max} \sin(\omega.t + \varphi_1) + V_{2max} \sin(\omega.t + \varphi_2)$

Par contre on mesure facilement la longueur de $V = V_{max}$ et l'angle φ correspondant à la phase de v à un instant donné.

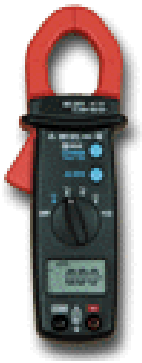
➢ Le décallage des phases initiales entre les vecteurs V_1 et V_2 est appelé **déphasage**.

Le vecteur V_2 est en **avance de phase** par rapport à V_1 ou V_1 est en **retard de phase** par rapport à V_2.

Si le déphasage entre V_1 et V_2 est de π rad ou 180 degrés, V_1 et V_2 sont en **opposition de phase**.

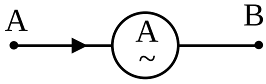
Le déphasage est compté positivement dans le sens trigonométrique.

1.3. Mesure d'un courant alternatif sinusoïdal



On mesure l'intensité du courant électrique avec un **ampèremètre** analogique ou numérique branché en série dans le circuit ou bien une **pince ampèremétrique** qui donne la mesure de l'intensité dans le conducteur encerclé par la pince.

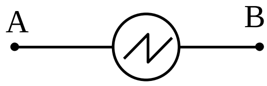
Symbole de l'ampèremètre :



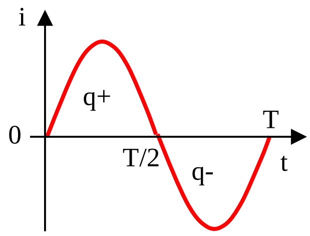
Avec un ampèremètre numérique sur la position DC pour Direct Current ou bien avec un ampèremètre analogique de type magnétoélectrique, on mesure la **valeur moyenne du courant** notée **Imoy ou $\bar{I}$**
Avec un ampèremètre numérique sur la position AC Alternative Current ou bien avec un ampèremètre analogique de type ferromagnétique, on mesure la **valeur efficace du courant** notée **Ieff ou I**.

Avec un **oscilloscope**, relié à une sonde de courant, on peut observer la forme du courant dans un circuit.

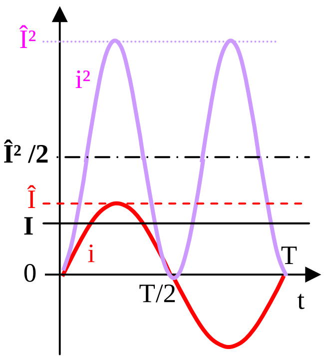
Symbole de l'oscilloscope :



L'oscilloscope permet de visualiser la forme d'onde et,
de mesurer la **valeur maximale du courant** notée **Imax ou $\hat{I}$**
ainsi que les **valeurs instantanées du courant** notée **i**
et de la période notée T.



La valeur moyenne d'un courant variable est la valeur que doit avoir un courant continu pour transporter pendant le même temps la même quantité d'électricité q = I t I valeur moyenne.
Le produit I.t est la surface moyenne.
Dans le cas d'un **courant alternatif sinusoïdal,** on a $\boxed{\mathbf{Imoy} = \bar{I} = 0}$
car la quantité d'électricité transportée par l'alternance positive q+ est égale et opposée à celle transportée par l'alternance négative q-.



La valeur efficace d'un courant est la valeur que doit avoir un courant continu pour produire pendant le même temps le même **eff**et thermique sur un résistor. L'énergie dissipée par effet Joule est W = R.I².t
Elle est proportionnelle à I². En violet on trace la courbe i².
La valeur moyenne de l'énergie est proportionnelle à Î² /2

Le **courant alternatif sinusoïdal** qui produit cet effet est Ieff = I = $\sqrt{\hat{I}^2/2}$

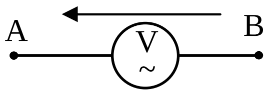
$$\boxed{I = \hat{I} / \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad I_{eff} = I_{max} / \sqrt{2}}$$

Dans le cas d'un **courant variable quelconque** cette relation n'est plus respectée ; On peut toutefois mesurer sa valeur efficace en utilisant un appareil qui donne des valeurs efficaces vraies ;
Ces appareils sont notés **TRMS : True Root Mean Square** (la racine carrée vraie)

1.4. Mesure d'une tension alternative sinusoïdale

On mesure la tension électrique entre deux points d'un circuit avec un **voltmètre** numérique ou analogique ou bien avec un **multimètre** utilisable en voltmètre et branché aux bornes des deux points. On dit aussi branché en parallèle ou en dérivation.

Symbole du voltmètre :

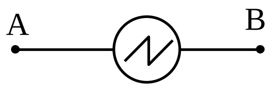


Avec un voltmètre numérique sur la position DC pour Direct Current ou bien avec un voltmètre analogique de type magnétoélectrique on mesure la **valeur moyenne de la tension** notée **Vmoy ou** $\overline{V}$

Avec un voltmètre numérique sur la position AC Alternative Current ou bien avec un voltmètre analogique de type ferromagnétique on mesure la **valeur efficace de la tension** notée **Veff ou V**.

Avec un **oscilloscope**, branché aux bornes des deux points à l'aide d'une sonde de tension, on peut observer la forme de la tension.

Symbole de l'oscilloscope :



L'oscilloscope permet de visualiser la forme d'onde et,
de mesurer la **valeur maximale de la tension** notée **Vmax ou** $\hat{V}$
ainsi que les **valeurs instantanées de la tension** notée **v**
et de la période notée T.

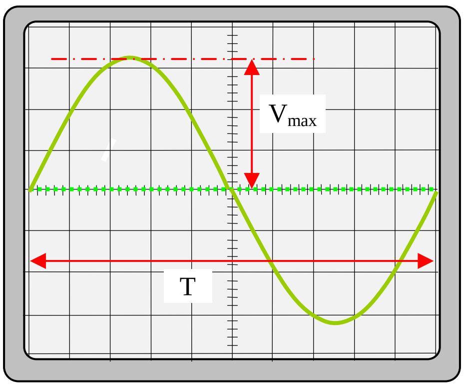
La tension étant proportionnelle au courant,
La valeur moyenne d'une tension alternative sinusoïdale est nulle :
La valeur efficace d'une tension alternative sinusoïdale est telle que :

$$\boxed{V_{moy} = \overline{V} = 0}$$

$$\boxed{V = \hat{V} / \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad V_{eff} = V_{max} / \sqrt{2}}$$

Dans le cas d'un **courant variable quelconque** cette relation n'est plus respectée ; On peut toutefois mesurer sa valeur efficace en utilisant un appareil qui donne des valeurs efficaces vraies ;
Ces appareils sont notés **TRMS : True Root Mean Square** (la racine carrée vraie)

Exemple de mesure à l'oscilloscope:



- Calibre temps : 2ms par division
- Calibre tension : 5 V par division
- Calibre sonde : 1/20

➢ Détermination de la tension :

V_{max} : on lit 3,2 div soit 3,2 x 5 = 16 V
La sonde divise par 20 donc → **V_{max} = 320 V**
Or $V_{eff} = V_{max} / \sqrt{2}$ donc → **V_{eff} = 226 V**

➢ Détermination de la période :

T : on lit 10 divisions soit 10 x 2 → **T = 20 ms**
D'où la fréquence f = 1/T → **f = 50 Hz**

C'est la tension monophasée fournie par EDF

1.5. Loi d'Ohm en régime alternatif sinusoïdal

Nous avons vu lors de l'étude des circuits en courant continu que la **résistance électrique** d'un conducteur est sa capacité à s'opposer au passage du courant électrique. En s'opposant au passage du courant continu, la résistance électrique provoque un échauffement : C'est **l'effet Joule**.

De même en courant alternatif on définit **l'impédance électrique :**

L'impédance électrique d'un dipôle passif est la propriété de ce dipôle à s'opposer au passage du courant alternatif. L'impédance se note Z et s'exprime en ohms (Ω)

La **loi d'Ohm en courant alternatif** s'écrit :

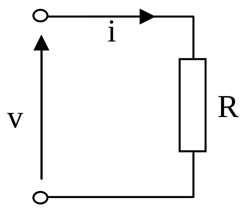
$$\mathbf{V = Z \cdot I}$$
(V) (Ω) (A)

La tension efficace V aux bornes d'un dipôle passif est égale au produit de son impédance Z par l'intensité efficace I du courant électrique qui le traverse.

L'impédance Z est donc égale à la tension efficace V divisée par l'intensité efficace I du courant.

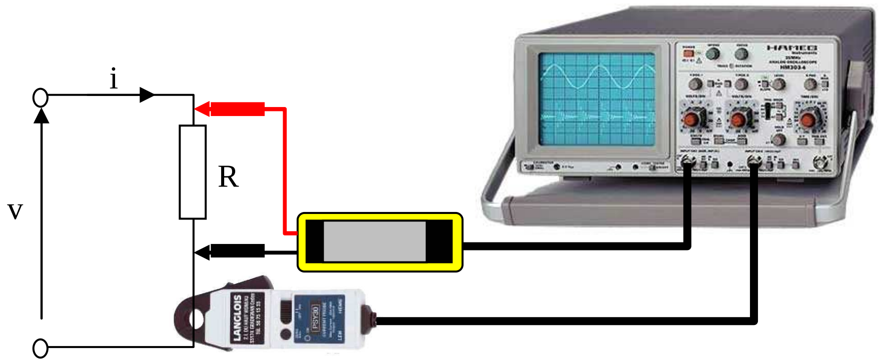
➢ Cas d'un dipôle purement résistif : le résistor

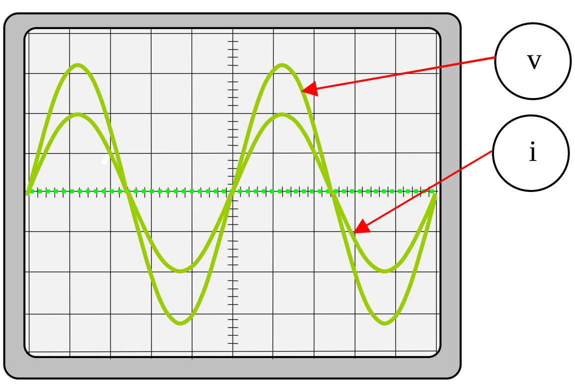
Un résistor soumis à une tension alternative sinusoïdale est traversé par un courant alternatif sinusoïdal



A chaque instant, la loi d'ohm peut d'écrire : **v = R . i**
dans laquelle v et i sont les valeurs instantanées de la tension et du courant
telle que $v = V.\sqrt{2}\ \sin(\omega t)$ et $i = I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi)$
donc : $V.\sqrt{2}\ \sin(\omega t) = R.\ I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi)$
Cette équation doit aussi vérifier **V = Z . I** donc

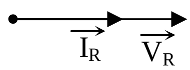
pour un résistor l'impédance Z_R = R et la phase initiale du courant est φ_R = 0 i et v sont en phase Le déphasage est nul





Lorsque nous visualisons v et i, nous pouvons constater que **dans le cas d'un résistor, v et i sont en phase : φ = 0**

Représentation de Fresnel :

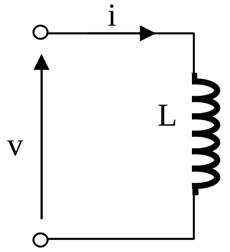


Nous pouvons calculer **l'impédance :**

$$\mathbf{Z_R = \frac{V_{max}}{I_{max}} = \frac{V}{I} = R}$$

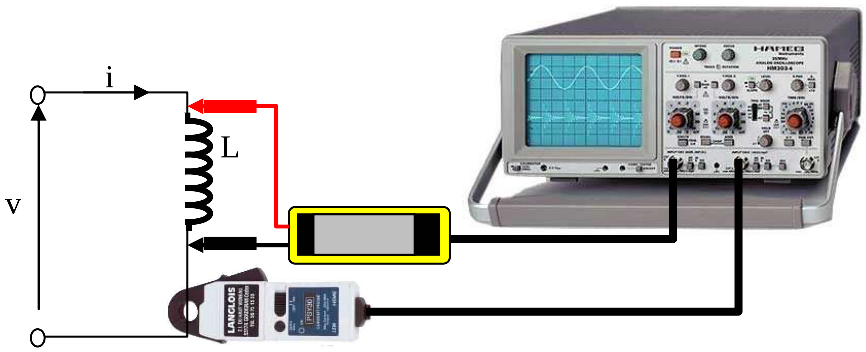
➢ Cas d'une bobine : le réactor

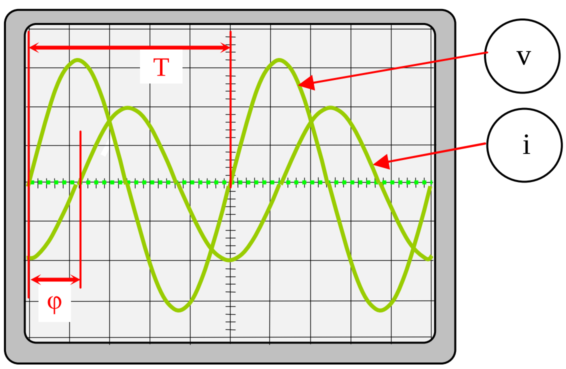
Un réactor soumis à une tension alternative sinusoïdale est traversé par un courant alternatif sinusoïdal



Nous savons qu'une bobine réagit aux variations du courant électrique.
Donc une bobine réagit **aux variations du courant** alternatif sinusoïdal par son inductance L
A chaque instant, la loi d'ohm peut d'écrire : **$v = L \cdot di/dt$**
dans laquelle v et i sont les valeurs instantanées de la tension et du courant
telle que $v = V.\sqrt{2}\ \sin(\omega t)$ et $i = I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi)$
les **variations du courant di/dt** $= \omega.I.\sqrt{2}\ \cos(\omega t + \varphi) = \omega.I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi + \pi/2)$
(c'est la dérivée de i par rapport à t)
donc : $V.\sqrt{2}\ \sin(\omega t) = L.\ \omega.I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi + \pi/2)$
Cette équation doit aussi vérifier **$V = Z \cdot I$** donc

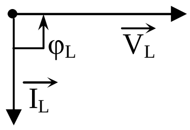
pour un réactor parfait
l'impédance $Z_L = L\omega$ et
la phase initiale du courant
est $\varphi_L = -\pi/2$ rad
i est en retard sur v de $\pi/2$
Le déphasage du courant
sur la tension est de $+\pi/2$ rad





Lorsque nous visualisons v et i, nous pouvons constater que **dans le cas d'un réactor parfait, i est en retard de phase par rapport à v de $\pi/2$**

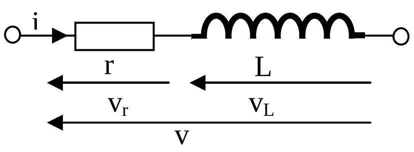
Représentation de Fresnel :



Nous pouvons calculer **l'impédance et le déphasage**

$$\boxed{Z_L = \frac{V_{max}}{I_{max}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\varphi_L = \frac{T}{4} = \frac{360°}{4}}$$

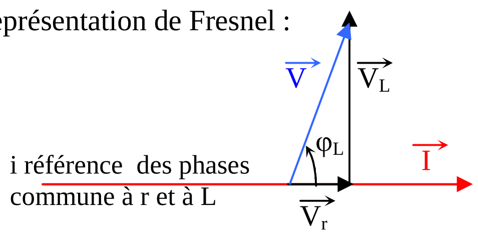
En réalité, nous savons qu'une bobine a aussi une petite résistance r due à la longueur du fil bobiné.
Donc une bobine réelle peut être considérée comme une résistance en série avec une bobine parfaite :



En appliquant le **théorème de Pythagore** dans le triangle on a $V^2 = V_r^2 + V_L^2$
Avec $V = ZI$, $V_r = rI$ et $V_L = L\omega I$ on en déduit
la relation de l'impédance pour un réactor réel

$$\boxed{Z_L = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \quad \text{et}\ \operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega}{r}}$$

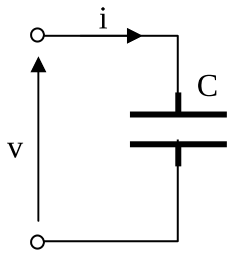
Représentation de Fresnel :



Le terme **$X_L = L\omega$** est appelé **réactance** du réactor
La réactance, la résistance et l'impédance s'expriment en ohms
L est l'inductance en Henry et $\omega = 2\pi f$ est la pulsation en rad/s

➢ <u>Cas d'un condensateur :</u>

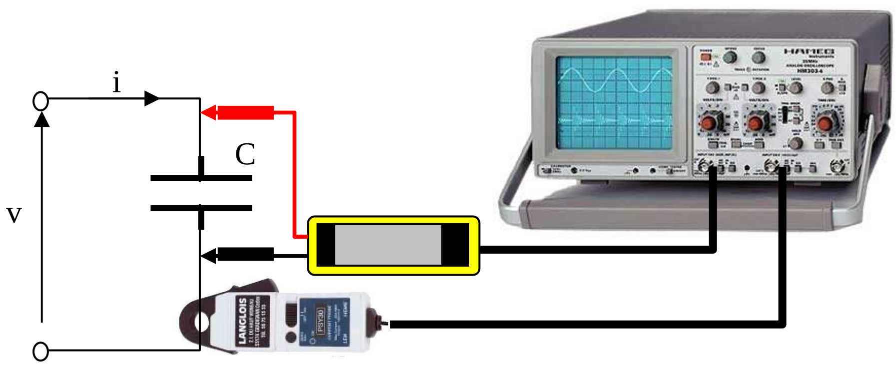
Un condensateur soumis à une tension alternative sinusoïdale joue le rôle d'une membrane et semble traversé par un courant alternatif sinusoïdal

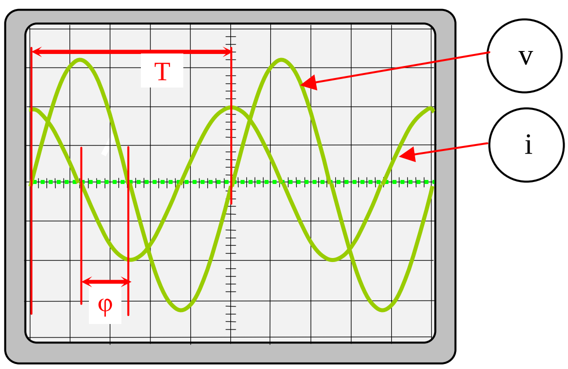


Nous savons qu'un condensateur réagit aux variations de la tension électrique.
Donc un condensateur réagit **aux variations de la tension** alternative sinusoïdale par sa capacité C
A chaque instant, l'intensité du courant est : **$i = dq/dt = C \cdot dv/dt$**
dans laquelle v et i sont les valeurs instantanées de la tension et du courant
telle que $v = V.\sqrt{2}\ \sin(\omega t)$ et $i = I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi)$
les **variations de la tension dv/dt** $= \omega.V.\sqrt{2}\ \cos(\omega t) = \omega.V.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \pi/2)$
(c'est la dérivée de v par rapport à t)
donc : $I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi) = C.\ \omega.V.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \pi/2)$
Cette équation doit vérifier **$I = 1/Z \cdot V$** donc

**pour un condensateur
l'impédance $Z_C = 1/C\omega$ et
la phase initiale du courant
est $\varphi_C = \pi/2$ rad
i est en avance sur v de $\pi/2$
Le déphasage du courant
sur la tension est de $-\pi/2$ rad**

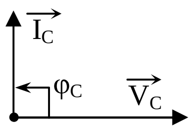
Le terme **$X_C = 1/C\omega$** est appelé **réactance** du condensateur
La réactance, la résistance et l'impédance s'expriment en ohms
C est la capacité en Farads et $\omega = 2\pi f$ est la pulsation en rad/s





Lorsque nous visualisons v et i, nous pouvons constater que **dans le cas d'un condensateur**,
i est en avance de phase par rapport à v de $\pi/2$

Représentation de Fresnel :



Nous pouvons calculer **l'impédance :**

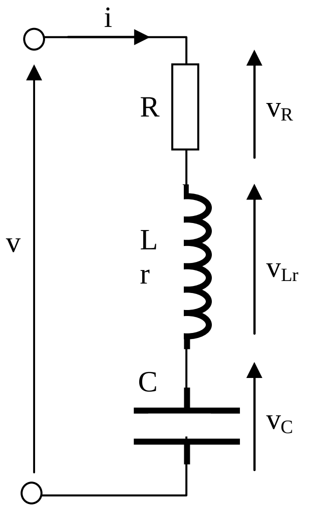
$$\boxed{Z_L = \frac{V_{max}}{I_{max}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\varphi_L = \frac{T}{4} = \frac{360°}{4}}$$

1.6. Association de dipôles élémentaires

Dans un circuit électrique alimenté en courant alternatif sinusoïdal, les différents dipôles que nous venons d'étudier peuvent être branchés les uns aux autres soit en série soit en parallèle.

➢ **Association en série – Montage RLC série**

Prenons l'exemple d'un circuit alimenté sous une tension alternative sinusoïdale et constitué d'une résistance, d'un réactor et d'un condensateur branchés en série : Ces trois dipôles sont traversés par le même courant alternatif sinusoïdal



Nous pouvons appliquer la loi des branches dans un circuit parcouru par un courant alternatif sinusoïdal :

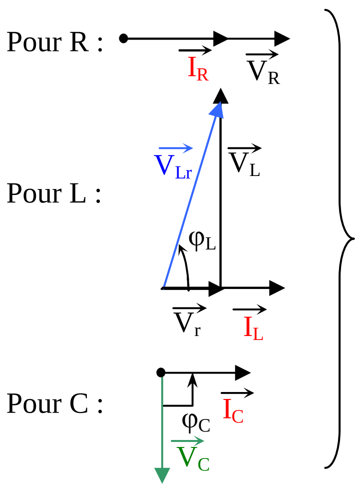
Loi des branches : $v = v_R + v_{Lr} + v_C$ en valeurs instantanées

Vecteurs de Fresnel : $\vec{V} = \vec{V_R} + \vec{V_{Lr}} + \vec{V_C}$

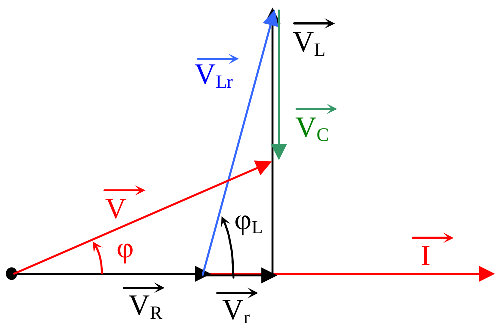
Les trois dipôles étant parcourus par le même courant, la représentation de Fresnel consiste à mettre bout à bout chaque vecteur en tenant compte de sa longueur et de son déphasage par rapport à un axe de référence pour les trois vecteurs qui est, dans le cas du montage série, le courant.

La longueur ou le module des vecteurs est donné par la loi d'Ohm :

- Le module de V_R est : $Z_R.\hat{I}$ ou $Z_R.I.\sqrt{2}$ avec $Z_R = R$
- Le module de V_{Lr} est : $Z_{Lr}.\hat{I}$ ou $Z_L.I.\sqrt{2}$ avec $Z_{Lr} = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$
- Le module de V_C est : $Z_C.\hat{I}$ ou $Z_C.I.\sqrt{2}$ avec $Z_C = 1/C\omega$
- Le module de V est : $Z_T.\hat{I}$ ou $Z_T.I.\sqrt{2}$ avec Z_T = Z totale



En série $I_R = I_L = I_C = I$ donc I sera choisi comme référence des phases

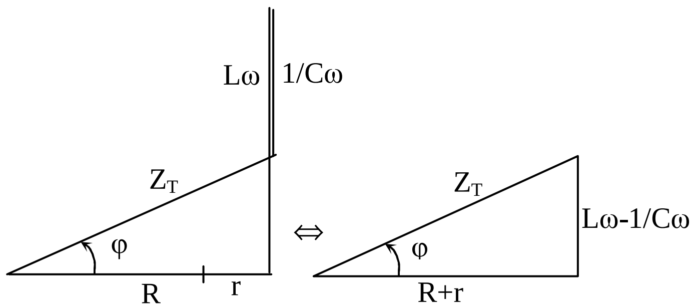


A partir de la représentation de Fresnel ci-dessus nous pouvons construire **le triangle des impédances** qui permet de calculer l'impédance totale Z_T et le déphasage φ entre la tension et le courant :

En appliquant les relations de Pythagore dans un triangle rectangle :

$$\boxed{Z_T = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}}$$

Et, $$\boxed{tg\varphi = (L\omega - 1/C\omega) / (R+r)}$$



<u>Cas particulier</u> :

lorsque $L\omega = 1/C\omega$, le terme $L\omega - 1/C\omega$ est nul

- l'impédance totale Z_T est minimale : $Z_T = Z_0 = R + r$

Donc pour une tension donnée, **la valeur efficace du courant** $I = V / Z$ **est maximale** et égale à I_0

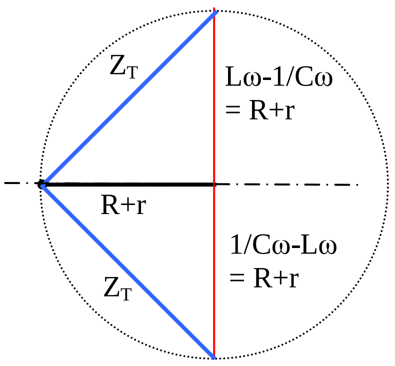
- La tangente de φ est nulle donc le déphasage entre le courant et la tension est nul

Donc **la tension et le courant sont en phase**.

On dit que le montage est en **résonance**
On définit alors une **fréquence de résonance** f_0 telle que $f_0 = \omega_0 / 2\pi$ avec $\omega_0 = 1 / \sqrt{LC}$

Fréquence de résonance : $\boxed{f_0 = \dfrac{1}{2\pi.\sqrt{LC}}}$

De la même façon, si nous faisons varier la fréquence, nous pouvons définir des plages de fréquences pour lesquelles la valeur efficace du courant est supérieure à une certaine valeur.
Par exemple nous voulons connaître la plage de fréquences pour lesquelles nous avons $I > I_0 / \sqrt{2}$

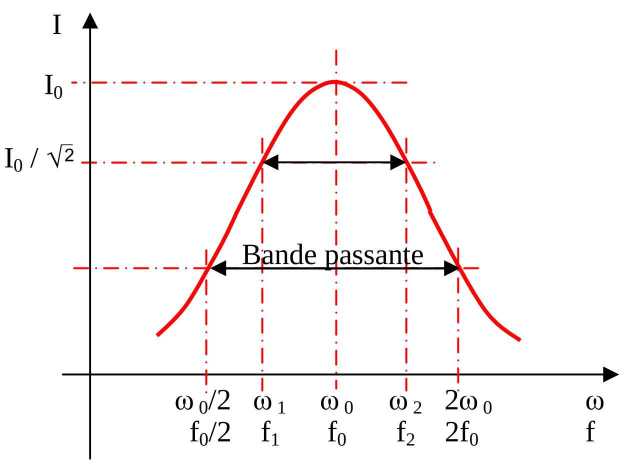


Si la valeur efficace de l'intensité est divisée par $\sqrt{2}$ par rapport à la valeur I_0 de résonance, cela signifie que l'impédance est multipliée par $\sqrt{2}$ et que l'impédance au carrée est multipliée par 2.
Donc le terme $(R+r)^2 + (L\omega-1/C\omega)^2$ est égale à $2\,(R+r)^2$
Par conséquent : $(L\omega-1/C\omega)^2 = (R+r)^2$
Et $(L\omega-1/C\omega) = \pm\,(R+r)$
Il y a deux solutions : Ou bien $L\omega-1/C\omega = R+r$ pour $\omega = \omega_2$
Ce qui est vrai quand on augmente la pulsation et donc la fréquence, la réactance de la bobine est supérieure à la réactance du condensateur.
Ou bien $1/C\omega-L\omega = R+r$ pour $\omega = \omega_1$
Ce qui est vrai quand on diminue la pulsation et donc la fréquence, la réactance de la bobine est inférieure à la réactance du condensateur.

Pour la plage de fréquences comprises entre $f_1 = \omega_1 / 2\pi$ et $f_2 = \omega_2 / 2\pi$ le montage RLC série défini ci dessus laissera passer un courant dont la valeur efficace sera supérieure à $I_0 / \sqrt{2}$;
Cette plage de fréquences est appelée **bande passante**.
De même nous pouvons définir une bande passante pour un courant dont l'intensité est 90% de I_0 , etc.

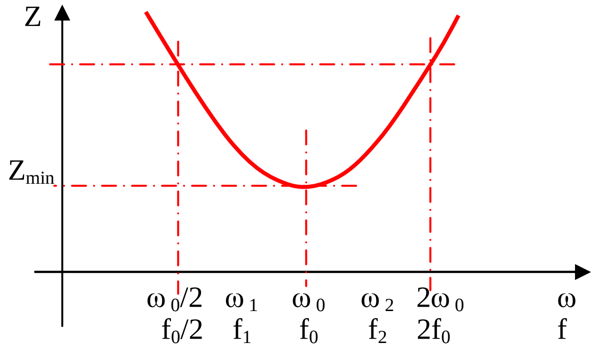
Variation de l'intensité efficace du courant en fonction de la pulsation ou de la fréquence :

- Pour ω_0 on a $L\omega_0 = 1/ C\omega_0$
  f_0 est la fréquence de résonance
  L'intensité est maximale
- Pour $\omega = 2\omega_0$ (fréquence 2 fois plus grande)
  $L\omega_0 = L\omega/2$ et $1/ C\omega_0 = 2/C\omega$
  Donc $L\omega = 4x\ 1/ C\omega$
  La réactance de la bobine devient prépondérante
- Pour $\omega = \omega_0/2$ (fréquence 2 fois plus petite)
  $L\omega_0 = 2L\omega =$ et $1/ C\omega_0 = 1/2C\omega$
  Donc $1/ C\omega = 4\ L\omega$
  La réactance du condensateur est prépondérante



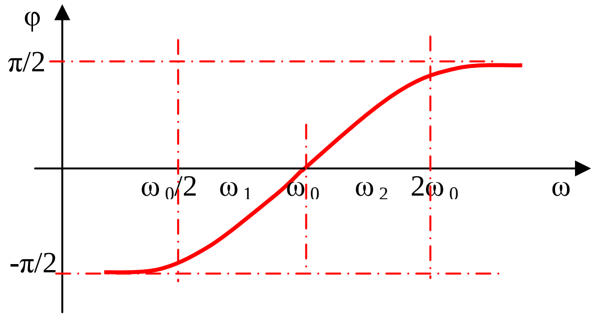
Variation de l'impédance en fonction de la pulsation ou de la fréquence :

- Pour ω_0 on a $L\omega_0 = 1/C\omega_0$
  f_0 est la fréquence de résonance
  L'intensité est minimale
- Pour $\omega = 2\omega_0$ (fréquence 2 fois plus grande)
  La réactance de la bobine devient prépondérante
- Pour $\omega = \omega_0/2$ (fréquence 2 fois plus petite)
  La réactance du condensateur est prépondérante



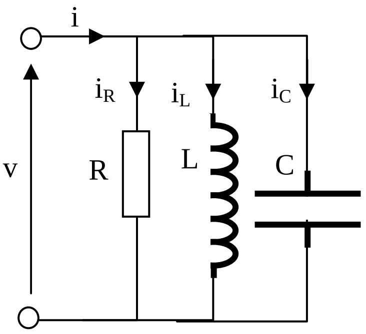
Variation du déphasage de i par rapport à v en fonction de la pulsation :

- Pour ω_0 on a $L\omega_0 = 1/C\omega_0$
  f_0 est la fréquence de résonance
  Le déphasage est nul
- Pour $\omega = 2\omega_0$ (fréquence 2 fois plus grande)
  Le déphasage tend vers $\pi/2$
- Pour $\omega = \omega_0/2$ (fréquence 2 fois plus petite)
  Le déphasage tend vers - $\pi/2$



➢ **Association en parallèle – Montage RLC parallèle**

Prenons l'exemple d'un circuit constitué d'une résistance, d'un réactor parfait et d'un condensateur branchés en parallèle : Ces trois dipôles sont soumis à la même tension alternative sinusoïdale



Nous pouvons appliquer la loi des noeuds
Loi des noeuds : $i = i_R + i_L + i_C$ en valeurs instantanées

Vecteurs de Fresnel : $\vec{I} = \vec{I_R} + \vec{I_L} + \vec{I_C}$

Les trois dipôles étant soumis à la même tension, la représentation de Fresnel consiste à mettre bout à bout chaque vecteur en tenant compte de sa longueur et de son déphasage par rapport à un axe de référence pour les trois vecteurs qui est, pour du montage parallèle, la tension.
On définit l'**admittance** Y comme étant l'inverse de l'impédance Z.
La longueur ou le module des vecteurs est donné par la loi d'Ohm :

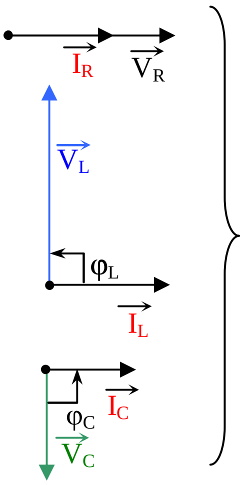
- Le module de I_R est : $V\sqrt{2}\,.Y_R$ avec $Y_R = 1/Z_R = 1/R$
- Le module de I_L est : $V.\sqrt{2}\,.Y_L$ avec $Y_L = 1/Z_L = 1/L\omega$
- Le module de I_C est : $V.\sqrt{2}\,.Y_C$ avec $Y_C = 1/Z_C = C\omega$
- Le module de I est : $V.\sqrt{2}\,.Y_T$ avec $Y_T = 1/Z_T$

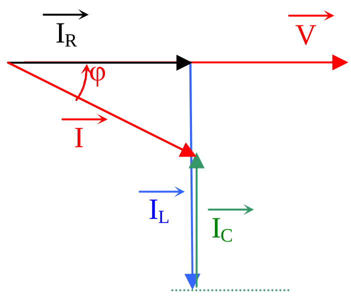
En parallèle $V_R = V_L = V_C = V$ donc V est la référence des phases.

Pour R :

Pour L :

Pour C :

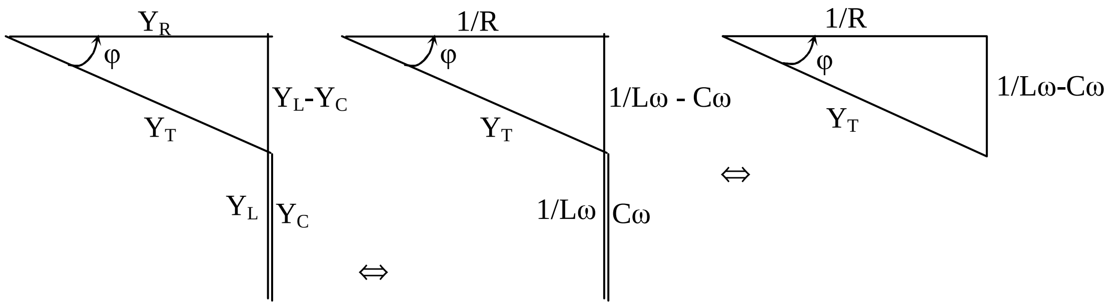




A partir de la représentation de Fresnel nous pouvons construire **le triangle des admittances** qui permet de calculer l'admittance totale Y_T et le déphasage φ entre la tension et le courant :
Lorsque l'on connaît Y_T on peut facilement calculer $\mathbf{Z_T = 1/ Y_T}$
En appliquant les relations de Pythagore dans un triangle rectangle :

$$Y_T = \sqrt{(1/R)^2 + (1/L\omega - C\omega)^2}$$ et, $$\mathrm{Tg}\varphi = (1/L\omega - C\omega) / (1/R)$$

L'admittance est en siemens (s)



Cas particulier :

lorsque Lω = 1/Cω, le terme 1/Lω - Cω est nul

- l'admittance totale Y_T est minimale : $Y_T = Y_0 = 1/R$

Donc pour une intensité donnée, **la valeur efficace de la tension** V = I / Y **est maximale** et égale à V_0

- La tangente de φ est nulle donc le déphasage entre le courant et la tension est nul

Donc **la tension et le courant sont en phase**.

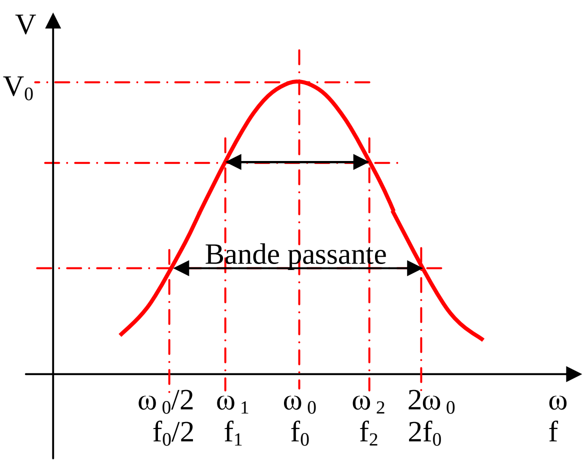
On dit que le montage est en **résonance**
On définit alors une **fréquence de résonance** f_0 telle que $f_0 = \omega_0 / 2\pi$ avec $\omega_0 = 1 / \sqrt{LC}$

Fréquence de résonance : $$f_0 = \frac{1}{2\pi.\sqrt{LC}}$$

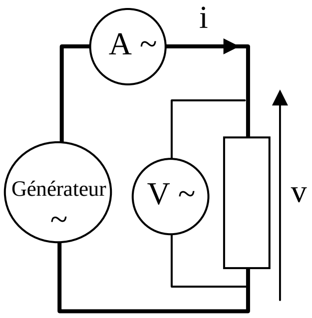
De même, si nous faisons varier la fréquence, nous pouvons définir des plages de fréquences appelées **bande passante** pour lesquelles la valeur efficace de la tension est supérieure à une valeur choisie.

Variation de la tension efficace en fonction de la pulsation ou de la fréquence :

- Pour ω_0 on a $L\omega_0 = 1/ C\omega_0$
  f_0 est la fréquence de résonance
  La tension est maximale
- Pour $\omega = 2\omega_0$ (fréquence 2 fois plus grande)
  $1/L\omega_0 = 2/L\omega$ et $C\omega_0 = C\omega /2$
  Donc $C\omega = 4x\ 1/ L\omega$ soit $L\omega = 4x\ 1/ C\omega$
  La réactance de la bobine devient prépondérante
- Pour $\omega = \omega_0/2$ (fréquence 2 fois plus petite)
  $1/L\omega_0 = 1/2L\omega =$ et $C\omega_0 = 2C\omega$
  Donc $1/L\omega = 4\ C\omega$ soit $1/C\omega = 4\ L\omega$
  La réactance du condensateur est prépondérante



1.7. Puissance en régime alternatif sinusoïdal



Nous savons que la **puissance électrique** d'un appareil est égale à **l'énergie électrique** produite ou consommée par cet appareil en un temps donné.

En régime alternatif sinusoïdal, la tension et le courant varient dans le temps. On peut définir une **puissance instantanée**, puissance à un instant donné,

La puissance instantanée s'écrit avec la lettre symbole p minuscule et s'exprime en watts.
La puissance instantanée varie dans le temps

$$\boxed{\begin{array}{c} \mathbf{p = v\,.\,i} \\ \text{(W)} \quad \text{(V)}\ \text{(A)} \end{array}}$$

D'autre part nous avons vu qu'en fonction du récepteur, la tension et le courant peuvent être en phase ou parfois déphasés l'un par rapport à l'autre. Nous devons donc prendre en compte le déphasage pour déterminer la puissance mise en jeu dans un récepteur.

- **Puissance active**

La **puissance active notée P** est la valeur moyenne de la puissance instantanée.
Elle est donnée par la relation ci contre dans laquelle
V est la valeur efficace de la tension
I est la valeur efficace de l'intensité du courant
φ est le déphasage du courant par rapport à la tension

$$\boxed{\begin{array}{c} \mathbf{P = V\,.\,I\,.\,\cos\varphi} \\ \text{(W)} \quad \text{(V)}\ \text{(A)} \end{array}}$$

- **Pour un résistor** nous savons que le déphasage du courant par rapport à la tension est nul donc $\cos\varphi = 1$.
  D'autre part on sait que dans un résistor tout la puissance consommée est dissipée en chaleur par effet Joule donc :

Pour un résistor
$$\mathbf{P = V\,.\,I = R\,.\,I^2}$$

- **Pour un réactor parfait** le déphasage du courant par rapport à la tension est de $+\pi/2$ rad donc $\cos\varphi = 0$.
  Une bobine parfaite ne consomme pas de puissance active.
  En réalité une bobine a toujours une petite résistance r due à la longueur du fil bobiné qui dissipe de la chaleur.

Pour un réactor parfait
$$\mathbf{P = 0}$$
Pour un réactor réel
$$\mathbf{P = r\,.\,I^2}\ \textbf{(Joule)}$$

- **Pour un condensateur** le déphasage du courant par rapport à la tension est de $-\pi/2$ rad donc $\cos\varphi = 0$.
  Un condensateur ne consomme pas de puissance active.

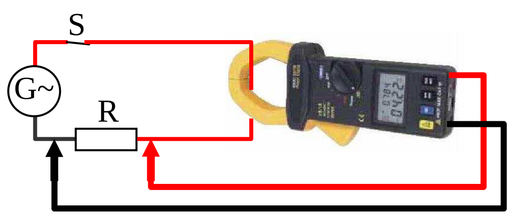
Pour un condensateur
$$\mathbf{P = 0}$$

Dans un montage, **la puissance active totale consommée** par l'ensemble des récepteurs est la somme arithmétique des puissances actives dissipée dans chaque récepteur.

Les puissances actives s'ajoutent arithmétiquement

La puissance active se mesure avec un wattmètre ou avec une pince multifonctions qui prend en compte le déphasage.

La puissance active est la puissance consommée par l'utilisateur et, qui lui est facturée par EDF sous la forme d'énergie en kW/h.



- **Puissance réactive**

La **puissance réactive notée Q** est la puissance mise en jeu dans les dipôles réactifs.
Elle est due à la réactance et s'exprime en VAr (Volt Ampère réactif)
Elle est donnée par la relation ci contre dans laquelle
V est la valeur efficace de la tension
I est la valeur efficace de l'intensité du courant
φ est le déphasage du courant par rapport à la tension

$$\mathbf{Q = V \cdot I \cdot \sin\varphi}$$
(VAr) (V) (A)

- **Pour un résistor** nous savons que le déphasage du courant par rapport à la tension est nul donc $\sin\varphi = 0$.
  Un résistor n'a pas de réactance
  Une résistor ne consomme pas de puissance réactive.

Pour un résistor
$$\mathbf{Q = 0}$$

- **Pour un réactor parfait** le déphasage du courant par rapport à la tension est de $+\pi/2$ rad donc $\sin\varphi = 1$.
  Une bobine parfaite consomme de la puissance réactive.

Pour un réactor parfait
$$\mathbf{Q_L = V.I = L\omega.I^2 = X_L.I^2}$$

- **Pour un condensateur** le déphasage du courant par rapport à la tension est de $-\pi/2$ rad donc $\sin\varphi = -1$.
  Un condensateur fournit de la puissance réactive.

Pour un condensateur
$$\mathbf{Q_C = -V.I = -I^2/\,C\omega = -X_C.I^2}$$

Dans un montage, **la puissance réactive totale** est la somme algébrique des puissances réactives absorbées par les bobines (positives) et celles fournies par les condensateurs (négatives).

Les puissances réactives s'ajoutent algébriquement

Dans un montage, **la puissance réactive est une puissance soit consommée (réactor) ou soit fournie (condensateur) par l'utilisateur et donc, qui ne lui est pas facturée par EDF.**

- **Puissance apparente**

La **puissance apparente notée S** est la puissance qui caractérise le générateur source de tension et de courant alternatif. Quand on met à disposition une source d'énergie électrique alternative, on ne connaît pas l'utilisation qui sera faite par l'utilisateur et donc on ne connaît pas le déphasage entre le courant et la tension. Par contre, il est nécessaire de connaître la tension et l'intensité disponible.

La puissance apparente est donnée par la relation ci contre dans laquelle V est la valeur efficace de la tension
I est la valeur efficace de l'intensité du courant
La puissance apparente s'exprime en VA (Volt Ampère)

$$\mathbf{S = V \cdot I}$$
(VA) (V) (A)

- **Pour un résistor** nous savons que le déphasage du courant par rapport à la tension est nul donc $\sin\varphi = 0$.
  Un résistor n'a pas de réactance
  Une résistor ne consomme pas de puissance réactive.

Pour un résistor
$$\mathbf{S = P = V \cdot I}$$

Dans un montage, **la puissance apparente totale** est la somme vectorielle des puissances apparentes de chaque récepteur.

$$\mathbf{S_{tot} = V \cdot I = Z_{tot} \cdot I^2}$$

Les puissances apparentes s'ajoutent vectoriellement

➢ Facteur de puissance

Nous venons de voir que la **puissance active** est donnée par la relation : **$P = V . I . \cos\varphi$**
et que la **puissance apparente** est donnée par la relation : **$S = V . I$**
donc : **$P = S . \cos\varphi$**

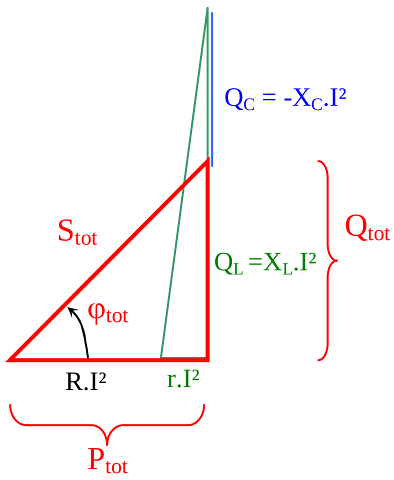
Le rapport de la puissance active sur la puissance apparente est appelé **le facteur de puissance** ou cosφ et n'a pas unité.

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{P\ (W)}{S\ (VA)}}$$

➢ Triangle des puissances

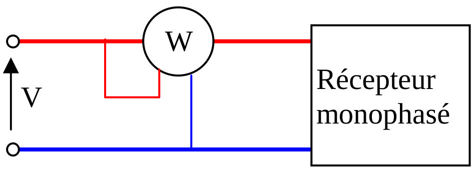
De la même façon que nous avons défini le triangle des impédances nous pouvons tracé le **triangle des puissances** :

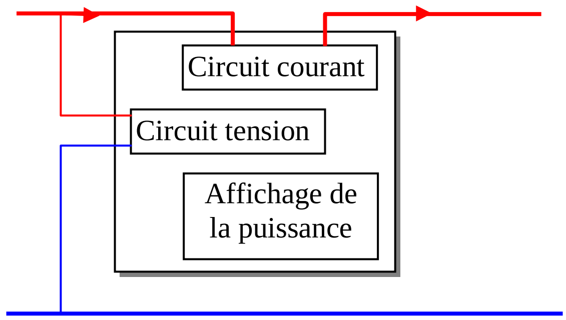
Puissance active totale :	$P_{tot} = \Sigma P = R_{tot} . I^2$
Puissance réactive totale :	$Q_{tot} = \Sigma Q = X_{tot} . I^2 = P_{tot} \text{ tg}\varphi$
Puissance apparente totale :	$S_{tot} = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2} = Z_{tot} . I^2$
Facteur de puissance :	$\cos\varphi = \dfrac{P_{tot}}{S_{tot}}$



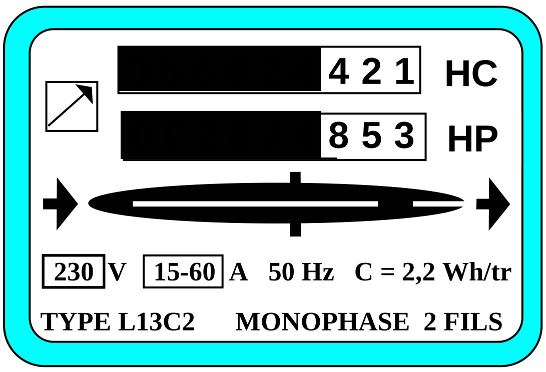
➢ Mesure de la puissance active

- Directement avec un wattmètre monophasé
  Ou avec une pince multifonctions





- A partir d'un compteur d'énergie et d'une mesure du temps



A la maison on peut connaître la puissance absorbée par un appareil électrique en faisant deux relevés d'indice en un intervalle de temps donné:

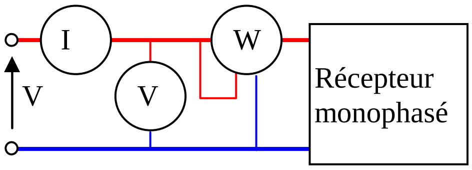
La puissance consommée est égale à la variation d'énergie divisée par la variation de temps:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \begin{matrix}\text{(W en wattheure)} \\ \text{(t en heure)}\end{matrix}$$

1.8. Relèvement du facteur de puissance

La puissance active P_{tot} est consommée par l'utilisateur et lui est facturée par EDF.
La puissance réactive Q_{tot} est consommée par l'utilisateur mais non facturée par EDF.
Cela est tolérée par EDF tant que Q_{tot} ne dépasse pas 40% de P_{tot}
Autrement dit pour EDF il faut au maximum que $tg\varphi_{tot} = Q_{tot} / P_{tot} = 0{,}4 \quad \Rightarrow \quad \varphi_{tot} \leq 21{,}8°$ (0,38 rad)
$\Rightarrow$ $\mathbf{cos\varphi_{tot} > 0{,}928}$

- Détermination du facteur de puissance d'une installation monophasée



On mesure directement le facteur de puissance avec une pince multifonctions ou bien on le calcule à partir de la mesure de P, V et I

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{P}{V.I}}$$

- Relèvement du facteur de puissance d'une installation monophasée

Le relèvement du facteur de puissance consiste à diminuer le déphasage φ_{tot} pour augmenter $\cos\varphi_{tot}$

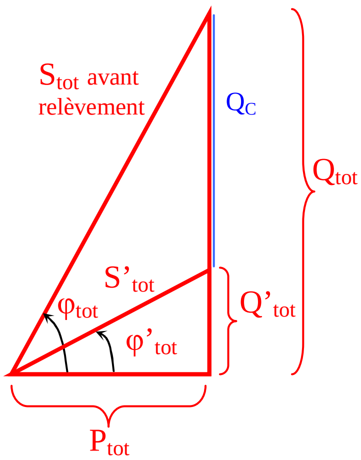
Pour cela il faut que le montage fournisse plus de puissance réactive.
Il convient donc d'augmenter Q_C en rajoutant des condensateurs.

Avant relèvement : on a $Q_{tot} = P_{tot}\ tg\varphi_{tot}$ et $S_{tot} = V . I_{tot}$

Après relèvement : on veut $Q'_{tot} = P_{tot}\ tg\varphi'_{tot}$ et $S'_{tot} = V . I'_{tot}$

Il faut donc **fournir** $Q_C = Q_{tot} - Q'_{tot} = P_{tot}\ (tg\varphi_{tot} - tg\varphi'_{tot})$

Or un condensateur de capacité C soumis à une tension V
fournit une puissance réactive $Q_C = I^2 / C\omega = V^2.C\omega \rightarrow C = Q_C / V^2.\omega$

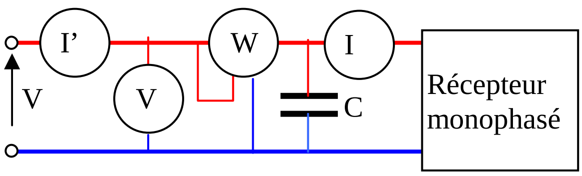


La capacité s'exprime en Farad
ou en microfarad µF

$$\boxed{C = \frac{P_{tot}\ (tg\varphi_{tot} - tg\varphi'_{tot})}{V^2.\omega}}$$

- Avantages du relèvement du facteur de puissance

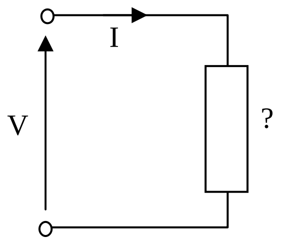
Le relèvement du facteur de puissance permet aussi de **diminuer S_{tot}** et donc pour une tension donnée, de **diminuer l'intensité I_{tot}** et tout ce qui en découle : diminution des pertes joule, diminution de la section des conducteurs, diminution du calibre des appareillages etc… En conclusion pour que le relèvement du facteur de puissance soit le plus efficace possible il faut brancher les condensateurs directement aux bornes du récepteur monophasé.



Dans l'exemple ci contre l'intensité I' en ligne en amont du condensateur est diminuée
La tension V et la puissance P restent inchangées,
L'intensité I après le condensateur reste inchangée.

1.9. Exemples d'exercice

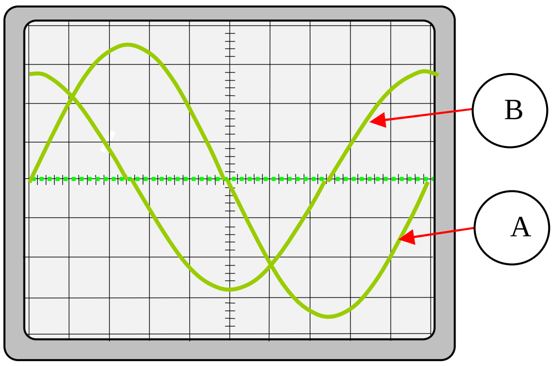
Exemple N°1 : Exercice sur la méthode dite de Joubert



On alimente un récepteur avec une tension alternative sinusoïdale f = 50Hz
La mesure voltampèremétrique en alternatif donne : V_{AC} = 30V et I_{AC} = 2 A
On alimente un récepteur avec une tension continue
La mesure voltampèremétrique en continu donne : V_{DC} = 18V et I_{DC} = 2 A

1° Quelle est l'impédance et la résistance du récepteur
Est ce un résistor parfait ? pourquoi
2° On vous dit que ce récepteur est un réactor.
En déduire sa réactance, son inductance, et le déphasage entre I et V
3° Calculer Les puissances active, réactive et apparente mises en jeu
4° Tracer le triangle des impédances et le triangle des puissances

Exemple N°2 : Exercice sur les oscillogrammes



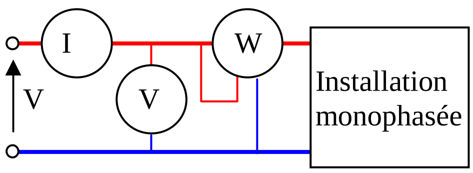
On a relevé sur un oscilloscope les signaux ci-contre :
Mesure sur la Voie A de la tension: calibre 1 V/div
avec une sonde atténuatrice de tension 1/20

Mesure sur la Voie B du courant: calibre 100mV/div
avec une sonde de courant 100mV / A

Base de temps : 2ms /div

1° Déterminer les valeurs efficaces de V et de I
2° Déterminer la période et le déphasage entre I et V
En déduire la nature du récepteur
3° En déduire l'impédance et la réactance du récepteur
Calculer sa capacité ou son inductance suivant le cas.

Exemple N°3 : Exercice sur le facteur de puissance



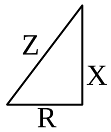
On alimente une installation monophasée avec une tension alternative sinusoïdale de fréquence 50 Hz et on a mesuré :
V = 51 V, I = 1,7 A et P = 65 W

1° Déterminer les puissances apparente et réactive
2° En déduire le facteur de puissance ; Convient-il à EDF ? Pourquoi ? Que faudrait-il faire pour améliorer la situation ?
3° Calculer alors l'impédance, la résistance et la réactance de l'installation.
4° Calculer la valeur du condensateur à installer pour ramener la facteur de puissance à 0,93
5° Préciser ce que deviennent la puissance absorbée, la puissance apparente et l'intensité en ligne.

Exemple N°1 : Réponses et explications :

1° L'impédance est égale à $Z = V_{AC} / I_{AC} = 30 / 2 \rightarrow \boxed{Z = 15\ \Omega}$
La résistance est égale à $R = V_{DC} / I_{DC} = 18 / 2 \rightarrow \boxed{R = 9\ \Omega}$
La résistance n'étant pas égale à l'impédance, le récepteur n'est pas un résistor parfait

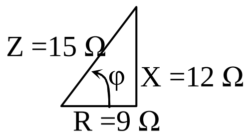
2° D'après le théorème de Pythagore : $X^2 = Z^2 - R^2$
Donc $X^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144 \rightarrow \boxed{X = 12\ \Omega}$

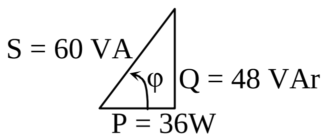


Le récepteur est un réactor donc le courant est en retard sur la tension
$X = X_L = L\omega = L.2\pi f \rightarrow L = X / 2\pi f \rightarrow \boxed{L = 38{,}2\ mH}$
Le déphasage est tel que $\cos\varphi = R/Z = 0{,}6 \rightarrow \boxed{\varphi = 53°}$ ou $\mathrm{tg}\varphi = X/R = 1{,}33$

3° La puissance active est $P = V_{AC} . I_{AC} . \cos\varphi = 30 \times 2 \times 0{,}6 \rightarrow \boxed{P = 36\ W}$
La puissance apparente est $S = V_{AC} . I_{AC} = 30 \times 2 \rightarrow \boxed{S = 60\ VA}$
La puissance réactive est $Q = V_{AC}.I_{AC} \sin\varphi = P.\mathrm{tg}\varphi = 36 \times 1{,}33 \rightarrow \boxed{Q = 48\ VAr}$

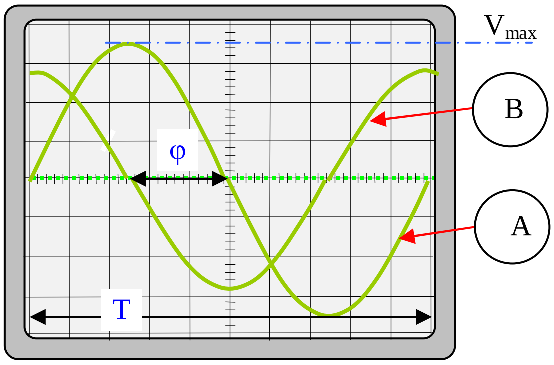
4°





Les deux triangles sont proportionnels puisque
$S = Z.I^2$
$P = R.I^2$
$Q = X.I^2$ avec $I = 2\ A$

Exemple N°2 : Réponses et explications :



1° La valeur efficace de V est $V = V_{max} / \sqrt{2}$
Il faut donc mesurer V_{max} sur la courbe A
$V_{max} = 3{,}5$ div
Calibre 1 V/div → 3,5 V
La sonde atténue de 20 → $V_{max} = 70$ V
La valeur efficace est : → $\boxed{V = 50\ V}$
De même la valeur du courant est lue sur B :
On lit valeur max = 2,8 div
Calibre voie B : 100mV/div → 280 mV
Sonde de courant 100 mV/A → $I_{max} = 2{,}8$ A
La valeur efficace du courant est : → $\boxed{I = 2\ A}$

2° La période T est le temps au bout du quel le signal se reproduit identique à lui-même :
T = 10 divisions
Base de temps : 2 ms / div → $\boxed{T = 20\ ms}$ qui correspond à un angle de 360 ° du vecteur de Fresnel

De même le déphasage φ du courant par rapport à la tension est de 2,5 divisions
Base de temps : 2 ms / div → $\boxed{\varphi = 5\ ms}$ qui correspond à un angle de (5 x 360) / 20 = 90°
Donc $\boxed{\varphi = 90°}$ le courant étant en avance sur la tension, <u>le récepteur est un condensateur</u>.

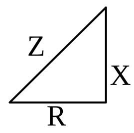
3° l'impédance $Z = V / I = 50 / 2 \rightarrow \boxed{Z = 25\ \Omega}$
La réactance pour un condensateur est $X = \boxed{X_C = Z_C = 25\ \Omega}$
La réactance d'un condensateur est $X = X_C = 1 / C\omega = 1 / (C.2\pi f)$
Donc la capacité du condensateur est : $C = 1 / (2\pi f .X_C) = 1{,}27.10^{-4}$ F → $\boxed{C = 127\ \mu F}$

Exemple N°3 : Réponses et explications :

1° La puissance apparente en monophasée est $S = V \cdot I \rightarrow \boxed{S = 86{,}7\ VA}$
La puissance réactive est déduite du triangle des puissances :
$Q^2 = S^2 - P^2 \rightarrow Q^2 = 86{,}7^2 - 65^2 = 3292 \rightarrow \boxed{Q = 57{,}4\ Var}$

2° Le facteur de puissance est $\cos\varphi = P / S = 65 / 86{,}7 \rightarrow \boxed{\cos\varphi = 0{,}75}$
Ce facteur de puissance ne convient pas à EDF : il faudrait qu'il soit supérieur ou égal à 0,93
Pour améliorer le facteur de puissance il faut fournir davantage de puissance réactive.
Pour cela il convient de rajouter une batterie de condensateurs aux bornes de l'installation

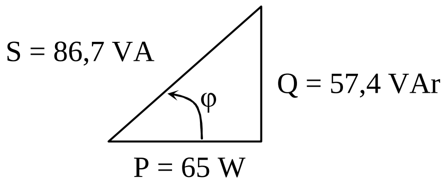
3° D'après la loi d'Ohm, l'impédance $Z = V / I = 51 / 1{,}7 \rightarrow \boxed{Z = 30\ \Omega}$
Pour déterminer la résistance, on utilise le triangle des impédances : $\cos\varphi = R / Z$
Donc $R = Z \cdot \cos\varphi = 30 \times 0{,}75 \rightarrow \boxed{R = 22{,}5\ \Omega}$
De même pour déterminer la réactance, on utilise le triangle des impédances :
$X^2 = Z^2 - R^2 = 30^2 - 22{,}5^2 = 394 \rightarrow \boxed{X = 19{,}8\ \Omega}$



Nous aurions également pu utiliser les relations : $S = Z \cdot I^2 \rightarrow Z = S / I^2 = 86{,}7 / 1{,}7^2 = 30\ \Omega$
$P = R \cdot I^2 \rightarrow R = P / I^2 = 65 / 1{,}7^2 = 22{,}5\ \Omega$
$Q = X \cdot I^2 \rightarrow X = Q / I^2 = 57{,}4 / 1{,}7^2 = 19{,}8\ \Omega$

4° Avant relèvement nous avons :

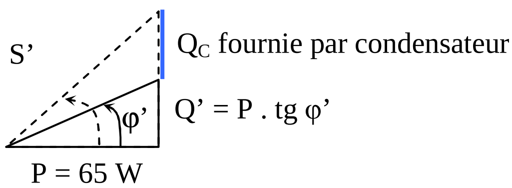
$\mathrm{tg}\,\varphi = Q / P = 57{,}4 / 65 = 0{,}883$



Après relèvement nous voulons : $\cos\varphi' = 0{,}93$

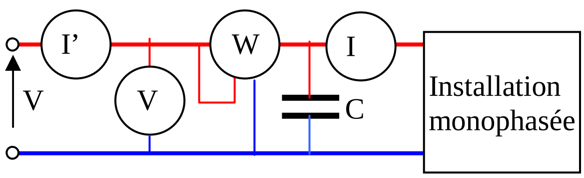
$\cos\varphi' = 0{,}93 \rightarrow \mathrm{tg}\varphi' = 0{,}395$

Donc $Q' = P \cdot \mathrm{tg}\,\varphi' = 65 \times 0{,}395 = 25{,}7$ VAr



Il faut donc fournir : $Q_C = Q - Q' = 57{,}4 - 25{,}7 = 31{,}7$ VAr
La puissance réactive fournie par un condensateur de capacité C soumis à une tension V est :
$Q_C = C \cdot V^2 \cdot \omega$ avec $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

La capacité est égale à : $C = (Q - Q') / (V^2 \cdot \omega) \rightarrow 31{,}7 / (51^2 \times 2 \times \pi \times 50)$
$\boxed{C = 38{,}8\ \mu F}$



La puissance absorbée P est inchangée: $\boxed{P = 65\ W}$
Avant $P = V \cdot I \cdot \cos\varphi$
Après $P = V \cdot I' \cdot \cos\varphi'$ $\cos\varphi'$ augmente
Et I' diminue
D'après le triangle des puissances $S'^2 = P^2 + Q'^2$
La puissance apparente devient : $\boxed{S' = 69{,}9\ VA}$
L'intensité $I' = S' / V = 69{,}9 / 51$
La nouvelle intensité en ligne est : $\boxed{I' = 1{,}37\ A}$

Autocorrection

1.10. Exercices à résoudre

Exercice N°1 :

L'écriture mathématique d'un courant alternatif est : $i = 17 \sin (628\ t - \pi/6)$

Préciser : la valeur de l'intensité maximale du courant
La valeur efficace de l'intensité
La pulsation, la fréquence et la période du courant
La valeur du courant à l'instant t = 0 , à l'instant t = 5 ms et à l'instant t = 10 ms

Exercice N°2 :

Une bobine est alimentée sous une tension alternative sinusoïdale de 50 V 50Hz
Sa résistance est $R_L = 10\ \Omega$, son impédance $Z_L = 15\ \Omega$

Calculer : Le déphasage du courant par rapport à la tension
L'inductance de la bobine
Le courant absorbée par la bobine
La puissance active consommée
La puissance réactive et la puissance apparente
Tracer le triangle des impédances en prenant comme échelle 1 cm = 2 Ω

Lorsque l'on insère un noyau ferromagnétique dans la bobine, on modifie l'inductance afin d'obtenir un déphasage de 60°. Quelle est la nouvelle valeur de l'inductance ?

Exercice N°3 :

Nous disposons de 3 récepteurs alimentés par un courant alternatif de 50 Hz
Un réactor supposé parfait de 0,35 H
Un résistor de 50 Ω
Un condensateur de 47 µF

Déterminer pour chacun des récepteurs : La résistance, La réactance, L'impédance

Ces 3 récepteurs sont branchés en série et alimentés sous une tension totale de 220 V 50Hz

Construire le triangle des impédances, puis déterminer l'impédance totale
Déterminer pour chacun d'eux l'intensité qui les traverse,
La tension présente entre leurs bornes
L'intensité totale absorbée par l'installation

Ces 3 récepteurs sont branchés en parallèle et alimentés sous une tension totale de 220 V 50Hz

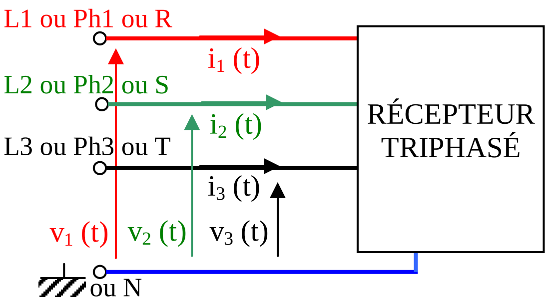
Déterminer pour chacun d'eux l'intensité qui les traverse,
La tension présente entre leurs bornes
L'intensité totale absorbée par l'installation (par construction de Fresnel)

Préciser quelle doit être la valeur du condensateur pour avoir une impédance minimale
Que peut on dire alors du montage ?

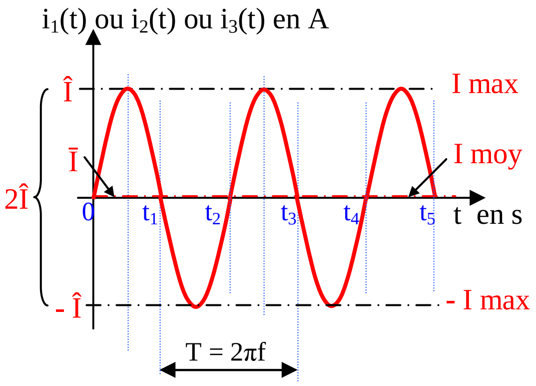
Travail personnel

2. GÉNÉRALITÉS SUR LES CIRCUITS TRIPHASÉS

2.1. Définitions et caractéristiques



Un **circuit triphasé** est un circuit alimenté par **trois tensions alternatives sinusoïdales $v_1(t)$, $v_2(t)$, $v_3(t)$,** et parcouru par **3 courants alternatifs sinusoïdaux $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$**.
Les valeurs de $v_1(t)$, $v_2(t)$, $v_3(t)$ et de $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ changent avec le temps.
Le circuit est constitué de **3 phases** notées Ph1 ou L1 ou R, Ph2 ou L2 ou S, Ph3 ou L3 ou T, référencée par rapport à une masse ou **un neutre** N.

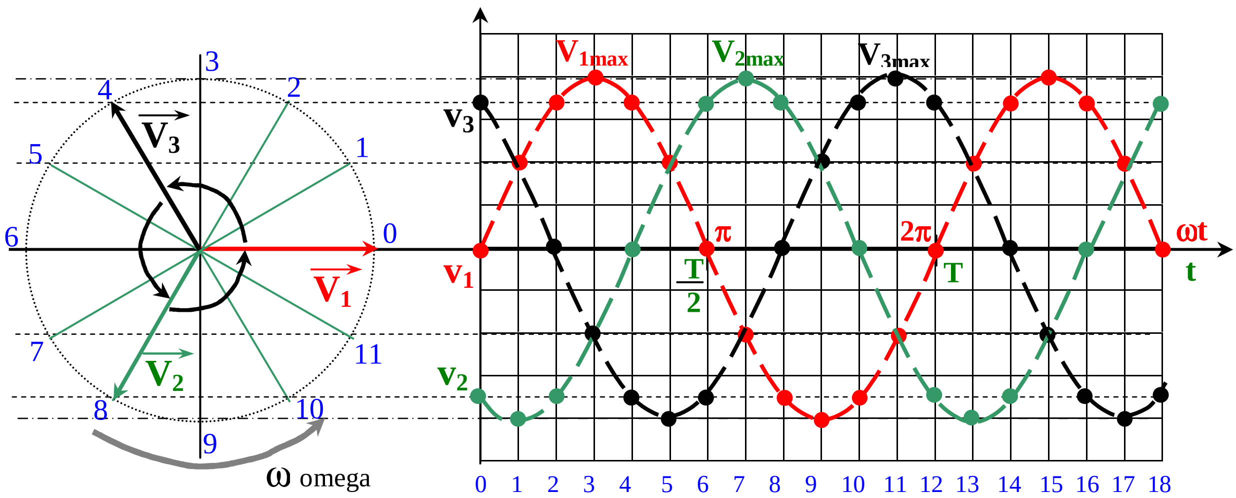


Comme en circuit monophasé, en circuit triphasé, un courant alternatif sinusoïdal est un courant bidirectionnel, périodique et symétrique. Il en est de même pour une tension alternative sinusoïdale.

La représentation graphique du courant varie en fonction du temps de façon sinusoïdale. Les trois courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ ont la même fréquence.

Un circuit triphasé est caractérisé par le fait que les trois tensions ont la même fréquence et sont déphasées les unes par rapport aux autres de 120°

2.2. Représentation vectorielle de Fresnel



Dans l'exemple ci dessus nous avons représenté la tension: **$v_1 = V_{1max} \sin(\omega.t + \varphi)$**
Puis, déphasée par rapport à v_1 de 120 degrés ou $2\pi/3$ rad **$v_2 = V_{2max} \sin(\omega.t + \varphi - 2\pi/3)$**
Puis, déphasée par rapport à v_2 de 120 degrés ou $2\pi/3$ rad **$v_3 = V_{3max} \sin(\omega.t + \varphi - 4\pi/3)$**
Puis, déphasée par rapport à v_3 de 120 degrés ou $2\pi/3$ rad de nouveau v_1
Etc…
Pour cela nous avons divisé le cercle en 12 parties égales à 30 degrés ou $\pi/6$ rad.

- Lorsque le vecteur V_1 est à la position 0, l'angle est nul donc la phase $(\omega.t + \varphi)$ est nulle et $v_1 = 0$ V
  le vecteur V_2 est à la position 8, l'angle est égal à $-2\pi/3$ et $v_2 = V_{2max} \sin(-2\pi/3) = -0{,}866.V_{2max}$
  le vecteur V_3 est à la position 4, l'angle est égal à $+2\pi/3$ et $v_3 = V_{3max} \sin(+2\pi/3) = +0{,}866.V_{3max}$

- Lorsque le vecteur V_1 est à la position 1, l'angle est $\pi/6$ rad d'où $v = V_{max} \sin(\pi/6)$ et $v = V_{1max}/2$ V
  le vecteur V_2 est à la position 9, l'angle est égal à $-\pi/2$ et $v_2 = V_{2max} \sin(-\pi/2) = -V_{2max}$
  le vecteur V_3 est à la position 5, l'angle est égal à $+5\pi/6$ et $v_3 = V_{3max} \sin(+5\pi/6) = V_{3max}/2$ V

- Et ainsi de suite…

Lorsque le vecteur V_1 a fait un tour, V_2 et V_3 ont également fait un tour.
La vitesse angulaire des 3 vecteurs est ω c'est à dire la **pulsation** en rad/s
Le temps mis par chacun des 3 vecteurs pour faire un tour est la **période T** en seconde

2.3. Réseaux triphasés

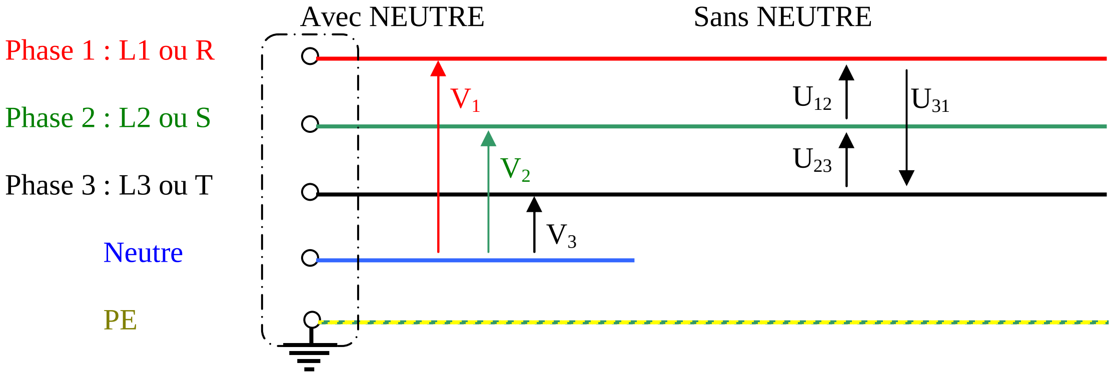
Les réseaux triphasés ou secteur triphasé sont des sources de tension constitués de 3 bornes de phase, d'une borne de neutre et d'une borne de terre PE. Parfois, il arrive qu'il n'y est pas de neutre.

➢ Tensions simples

Dans le cas d'un réseau triphasé avec neutre, on appelle **tensions simples** les différences de potentiel mesurées entre **une phase et le neutre** et dont les valeurs efficaces sont notées :
V_1 pour la phase 1, V_2 pour la phase 2 et V_3 pour la phase 3.
En général sur un réseau triphasé on a **$V_1 = V_2 = V_3 = V$**.

➢ Tensions composées

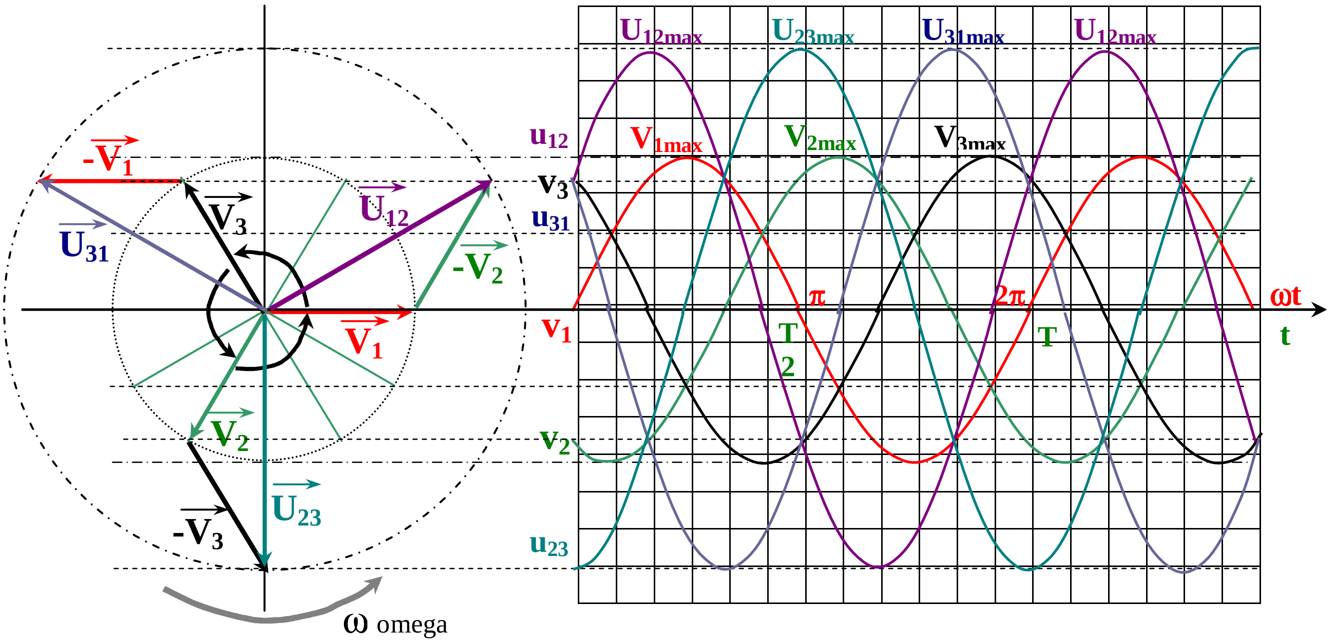
Dans le cas d'un réseau triphasé sans neutre, on appelle **tensions composées** les différences de potentiel mesurées entre **deux phases** et dont les valeurs efficaces sont notées :
$U_{12} = V_1 - V_2$, **$U_{23} = V_2 - V_3$** et **$U_{31} = V_3 - V_1$** .
En général sur un réseau triphasé on a **$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U$** .
Réseau triphasé:



➢ Représentation de Fresnel des tensions

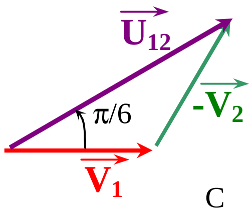
A partir des 3 tensions simples définies positivement dans le sens trigonométrique, nous pouvons construire la représentation de Fresnel des tensions composées :

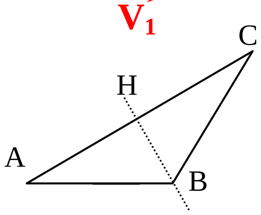
$\overrightarrow{U_{12}} = \overrightarrow{V_1} - \overrightarrow{V_2}$, $\overrightarrow{U_{23}} = \overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_3}$ et $\overrightarrow{U_{31}} = \overrightarrow{V_3} - \overrightarrow{V_1}$



Sur la représentation de Fresnel on constate que les tensions composées sont en avance de phase de par rapport aux tensions simples de $\pi/6$ rad.
Lorsque l'ordre de passage des vecteurs dans le sens trigonométrique est V_1 puis V_2 puis V_3 pour les tensions simples ou bien U_{12} puis U_{23} puis U_{31} pour les tensions composées, le système est dit **direct**.
Lors du contrôle de la rotation des phases on vérifie le **sens direct** : RST dans le sens trigonométrique.

➢ Relation entre tension simple et tension composée





Le triangle ABC est isocèle est telle que :
AB = V_1
BC = V_2
AC = U_{12} = 2AH = 2HC
L'angle HAB = $\pi/6$
Donc AH = AB cos($\pi/6$) = AB. $\sqrt{3}/2$
Donc AC = 2AH = AB. $\sqrt{3}$

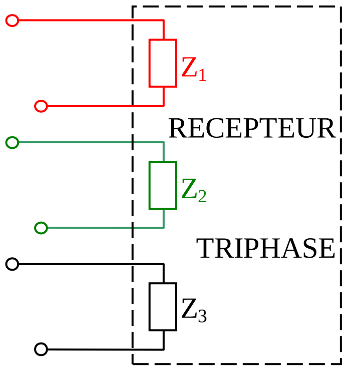
$$\boxed{U = \sqrt{3}\,.\,V}$$

➢ Exemple de réseaux triphasés

Le réseau triphasé le plus connu est le réseau 230V/ 400V ce qui signifie que V = 230 V et U = 400 V
Si une seule tension est citée, par exemple réseau 400 V, on parle alors de la tension composée.

2.4. Récepteurs triphasés

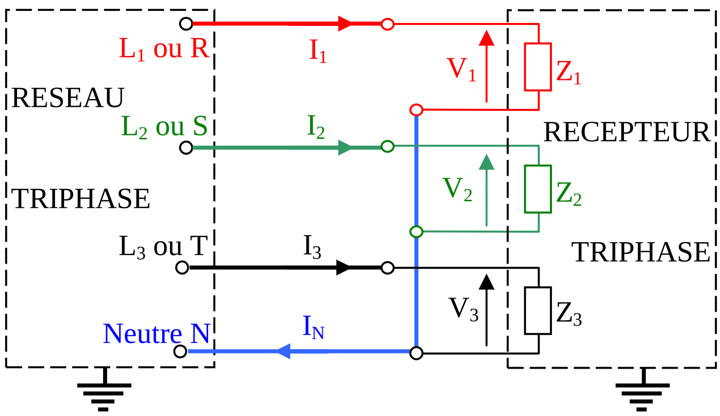
Les récepteurs triphasés sont constitués de trois récepteurs monophasés d'impédances Z_1, Z_2 et Z_3.



Un récepteur triphasé est donc un système avec 6 bornes que l'on doit alimenter avec un réseau triphasé constitué de 3 bornes de phase et éventuellement d'une borne de neutre.

Donc pour alimenter un récepteur triphasé avec un réseau triphasé, il est nécessaire de **réaliser un couplage** des 6 bornes du récepteur.

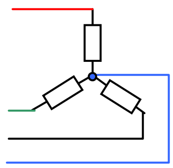
➢ Couplage ETOILE



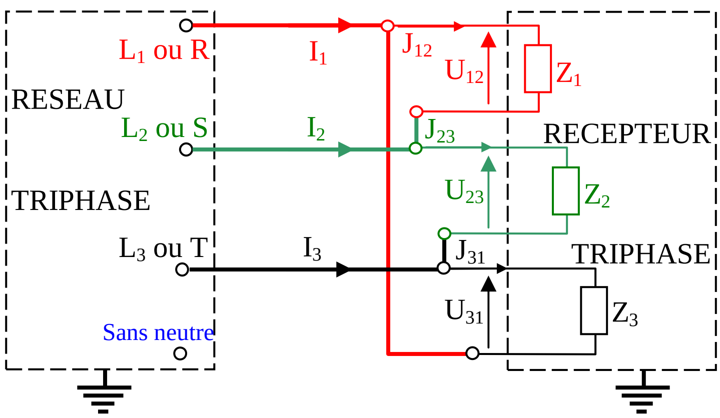
Dans un couplage étoile chacun des récepteurs est branché entre une phase et le neutre ; La tension à ses bornes est donc la **tension simple** du réseau.
Chacun des récepteurs est traversé par le **courant de ligne** présent dans le conducteur qui l'alimente.
Loi des nœuds : $\boxed{\vec{I_N} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}}$

Le couplage étoile est noté : Y

Le nom du couplage vient du fait que les 3 impédances sont reliées en forme d'étoile :



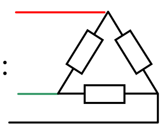
➢ Couplage TRIANGLE



Dans un couplage triangle chacun des récepteurs est branché entre deux phases; La tension à ses bornes est donc la **tension composée** du réseau.
Chacun des récepteurs est traversé par le **courant noté J** qui n'est pas le courant de ligne présent dans le conducteur qui l'alimente.

Le couplage triangle est noté : Δ

Le nom du couplage vient du fait que les 3 impédances sont reliées en forme de triangle :



➢ Relation entre courant de ligne et courant dans un récepteur

Dans un couplage étoile, le courant dans le récepteur est le même que le courant de ligne.

- pour le récepteur d'impédance Z_1 la loi d'Ohm donne $V_1 = Z_1 . I_1 \rightarrow Z_1 = V_1 / I_1$
- pour le récepteur d'impédance Z_2 la loi d'Ohm donne $V_2 = Z_2 . I_2 \rightarrow Z_2 = V_2 / I_2$
- pour le récepteur d'impédance Z_3 la loi d'Ohm donne $V_3 = Z_3 . I_3 \rightarrow Z_3 = V_3 / I_3$

Dans un couplage triangle, le courant dans le récepteur n'est pas le même que le courant de ligne.

- pour le récepteur d'impédance Z_1 la loi d'Ohm donne $U_{12} = Z_1 . J_{12} \rightarrow Z_1 = U_{12} / J_{12}$
- pour le récepteur d'impédance Z_2 la loi d'Ohm donne $U_{23} = Z_2 . J_{23} \rightarrow Z_2 = U_{23} / J_{23}$
- pour le récepteur d'impédance Z_3 la loi d'Ohm donne $U_{31} = Z_3 . J_{31} \rightarrow Z_3 = U_{31} / J_{31}$

Les impédances étant les mêmes dans le couplage étoile et dans le couplage triangle ;

- pour le récepteur d'impédance Z_1 on a $Z_1 = V_1 / I_1 = U_{12} / J_{12}$ avec $U_{12} = \sqrt{3}.V_1$ donc $I_1 = \sqrt{3}.J_{12}$
- pour le récepteur d'impédance Z_2 on a $Z_2 = V_2 / I_2 = U_{23} / J_{23}$ avec $U_{23} = \sqrt{3}.V_2$ donc $I_2 = \sqrt{3}.J_{23}$
- pour le récepteur d'impédance Z_3 on a $Z_3 = V_3 / I_3 = U_{31} / J_{31}$ avec $U_{31} = \sqrt{3}.V_3$ donc $I_3 = \sqrt{3}.J_{31}$

D'une manière générale pour un **couplage triangle** le courant de ligne est plus grand que le courant dans le récepteur. La relation est la suivante :

$$\boxed{I = \sqrt{3} . J}$$

La représentation de Fresnel des courants montre que les courants de lignes sont en retard par rapport aux courants dans les récepteurs de $\pi/6$ rad. ($\overrightarrow{I_1} = \overrightarrow{J_{12}} - \overrightarrow{J_{31}}$, $\overrightarrow{I_2} = \overrightarrow{J_{23}} - \overrightarrow{J_{12}}$, $\overrightarrow{I_3} = \overrightarrow{J_{31}} - \overrightarrow{J_{23}}$)

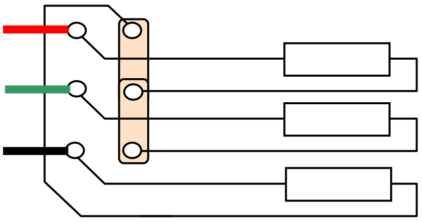
➢ Choix du couplage

Avant de brancher un récepteur triphasé sur un réseau triphasé il convient de savoir répondre à la question suivante : **quelle tension peut supporter chacune des impédances du récepteurs ?**
S'agit-il de la tension simple ou de la tension composée du réseau ?

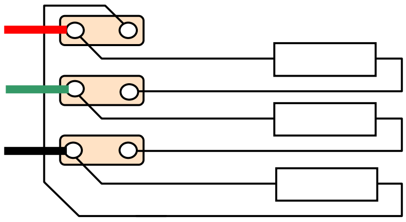
Si les impédances supportent **la tension simple du réseau** elles doivent être branchées entre une phase et le neutre donc elle devront être couplées en étoile : **couplage étoile**.
Si les impédances supportent **la tension composée du réseau** elles doivent être branchées entre deux phases donc elle devront être couplées en triangle : **couplage triangle**.
Si les impédances supportent une tension supérieure à la tension composée quelque soit leur couplage elles seront sous alimentées.
Si elles supportent une tension inférieure à la tension simple il ne faut surtout pas les brancher.

➢ Plaque à bornes

Nous avons vu qu'un récepteur triphasé est un système avec 6 bornes regroupées sur une plaque à bornes conçue de manière à permettre le couplage simplement avec un jeu de barrettes à visser.



Couplage ETOILE

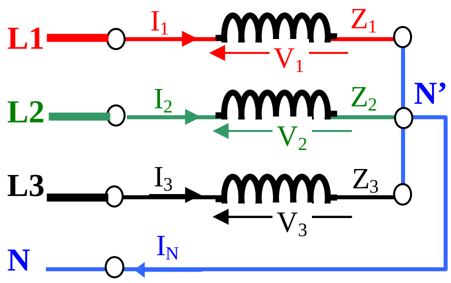


Couplage TRIANGLE

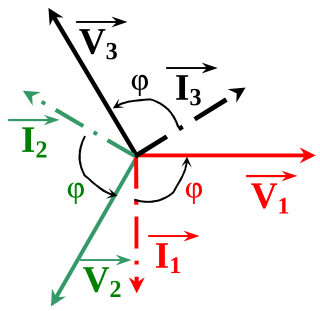
2.5. Système triphasé équilibré

Lorsque les trois tensions qui composent le réseau triphasé sont identiques :
même amplitude, même fréquence et même déphasage de 120 degrés les unes par rapport aux autres
Et lorsque les trois éléments qui composent le récepteur triphasé sont identiques :
même impédance, même résistance, même réactance, même nature
Alors les trois courants qui alimentent le récepteur triphasé sont identiques :
même amplitude, même fréquence et même déphasage de 120 degrés les uns par rapport aux autres.
On dit alors que le système triphasé est équilibré.

Prenons l'exemple d'un moteur constitué de 3 enroulements identiques couplés en étoile et alimentés par un réseau triphasé de trois tensions identiques.



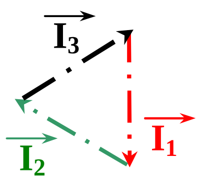
- Les tensions simples V_1, V_2 et V_3 ont même amplitude V et sont déphasées l'une par rapport à l'autre de 120 degrés.
- Les trois enroulements Z_1, Z_2, Z_3 sont soumis à la même tension simple du réseau et ont la même impédance Z.
- Les trois courants I_1, I_2 et I_3 traversant les enroulements ont donc la même amplitude I. Ils sont respectivement en retard par rapport à V_1, V_2, V_3 avec le même déphasage φ et sont donc déphasés l'un par rapport à l'autre de 120°.



Nous pouvons alors tracer **la représentation de Fresnel** des tensions et des courants:

Si l'on considère que les bobines sont parfaites c'est à dire que leur résistance est négligeable par rapport à leur réactance,
Nous avons : I_1 en retard sur V_1 de $\pi/2$,
I_2 en retard sur V_2 de $\pi/2$,
Et I_3 en retard sur V_3 de $\pi/2$,
Avec les valeurs efficaces $V_1 = V_2 = V_3$ et $I_1 = I_2 = I_3$

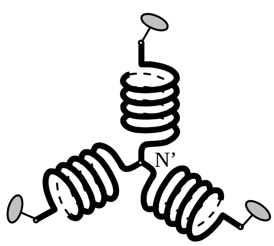
La somme vectorielle des courants $\vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}$ est nulle donc
La somme instantanée des courants $i_1 + i_2 + i_3 = 0$



D'après la loi des nœuds en N' on a : $\boxed{\vec{I_N} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}}$

Donc $I_N = 0$: **il n'y a pas de courant dans le neutre**.
La différence de potentiel $V_{NN'}$ est donc nulle : $V_N = V_{N'}$

**En régime triphasé équilibré le courant dans le neutre est nul.
Donc pour un système triphasé équilibré, couplé en étoile, il n'est pas nécessaire de brancher le fil de neutre sur le couplage.**

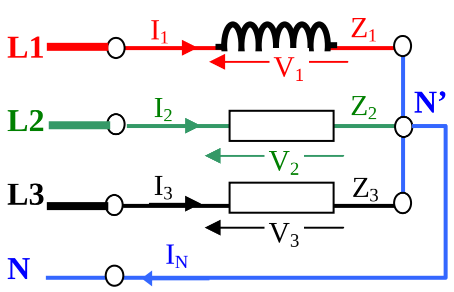


Analogie : Un système triphasé équilibré couplé en étoile est comparable à un système de 3 ressorts identiques , reliés entre eux et fixés contre un mur avec un angle de 120° les uns par rapport aux autres et avec des tensions identiques. Dans ce cas le point N' reste parfaitement au centre du système sans que l'on soit obligé de l'y maintenir.

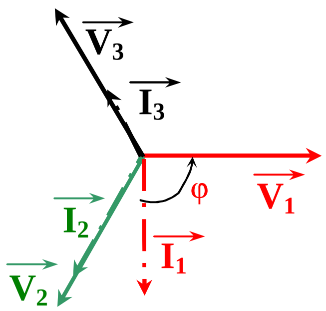
2.6. Système triphasé déséquilibré

Lorsque les trois tensions qui composent le réseau triphasé ne sont pas identiques :
Amplitude différente, ou fréquence différente ou déphasage différent de 120 degrés
ou lorsque les trois éléments qui composent le récepteur triphasé ne sont pas identiques :
impédance différente, ou résistance différente, ou réactance différente, ou nature différente
Alors les trois courants qui alimentent le récepteur triphasé ne sont pas identiques :
amplitude différente, ou fréquence différente, ou déphasage différent de 120 degrés
On dit alors que le système triphasé est déséquilibré.

Prenons l'exemple d'un récepteur triphasé constitué de trois éléments différents : un enroulement et de deux résistors couplés en étoile et alimentés par un réseau triphasé de trois tensions identiques.

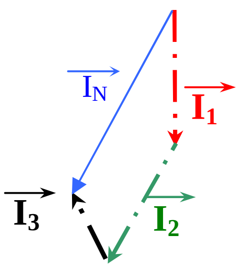


- Les tensions simples V_1, V_2 et V_3 ont même amplitude V et sont déphasées l'une par rapport à l'autre de 120 degrés.
- Les trois enroulements Z_1, Z_2, Z_3 sont soumis à la même tension simple du réseau et ont des impédances de valeur différente et de nature différente.
- Les trois courants I_1, I_2 et I_3 traversant les enroulements ont donc des amplitudes différents. Leur déphasage par rapport à V_1, V_2, V_3 n'est pas le même:
  I_1 est en retard par rapport à V_1
  I_2 et I_3 sont respectivement en phase avec V_2 et V_3



Nous pouvons alors tracer **la représentation de Fresnel** des tensions et des courants:

Si l'on considère que les bobines sont parfaites c'est à dire que leur résistance est négligeable par rapport à leur réactance,
Nous avons : I_1 en retard sur V_1 de $\pi/2$,
I_2 en phase avec V_2 , et I_3 en phase avec V_3 ,
Avec les valeurs efficaces $V_1 = V_2 = V_3$ et $I_1 \neq I_2 \neq I_3$



La somme vectorielle des courants $\vec{I_1}+\vec{I_2}+\vec{I_3}$ n'est pas nulle donc la somme instantanée des courants $i_1 + i_2 + i_3 \neq 0$

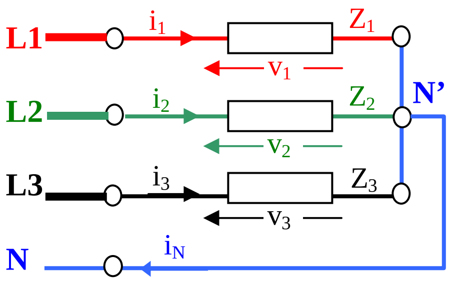
D'après la loi des nœuds en N' on a : $\boxed{\vec{I_N} = \vec{I_1}+\vec{I_2}+\vec{I_3}}$

Donc $I_N \neq 0$: **il y a un courant qui circule dans le neutre**.

En régime triphasé déséquilibré le courant dans le neutre n'est pas nul. Donc pour un système triphasé déséquilibré, couplé en étoile, il faut absolument s'assurer que le fil de neutre est branché sur le couplage.

Si l'on ne branche pas le fil de neutre sur un système triphasé déséquilibré couplé en étoile, I_N sera nul et donc $\vec{I_1}+\vec{I_2}+\vec{I_3}=0$. Les courants vont se modifier ce qui aura pour effet de déséquilibrer les tensions;
On aura alors $\vec{V'_1}+\vec{V'_2}+\vec{V'_3}\neq 0$ et **La différence de potentiel $V_{NN'}$ sera non nulle : $V_N \neq V_{N'}$**
Les tensions V'_1, V'_2, V'_3 peuvent prendre des valeurs efficaces importantes. Dans le doute, il faut toujours relier le couplage étoile au neutre. C'est pour cela qu'**on ne met pas de fusible sur le neutre**.

2.7. Puissance dans un système triphasé



Nous savons qu'un récepteur triphasé est l'association de trois récepteurs monophasés d'impédances Z_1, Z_2 et Z_3.

En régime alternatif sinusoïdal, la tension et le courant varient dans le temps.
On peut définir à tout instant une **puissance instantanée**,

$$\boxed{p = p_1 + p_2 + p_3 = v_1 \,.\, i_1 + v_2 \,.\, i_2 + v_3 \,.\, i_3}$$

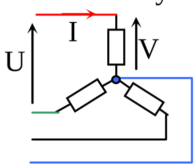
D'autre part nous avons vu qu'en fonction des récepteurs, il existe ou pas un déphasage dont il faut tenir compte pour déterminer les puissances mise en jeu dans un récepteur triphasé.

- **Puissance active**

La **puissance active notée P** est la valeur moyenne de la puissance instantanée.
Elle est égale à la somme arithmétique des puissance actives des trois récepteurs monophasés
C'est à dire à trois fois la puissance active monophasée lorsque le système est équilibré

$$\boxed{P_{tri} = P_1 + P_2 + P_3 = 3 \,.\, P_{mono}}$$

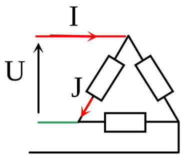
- Cas d'un système équilibré couplé en étoile



V est la valeur efficace de la tension simple
I est la valeur efficace du courant de ligne
φ' est le déphasage de I par rapport à V

$$\boxed{P = 3 \,.\, V \,.\, I \,.\, \cos\varphi' \quad \text{avec } V = U / \sqrt{3}}$$

- Cas d'un système équilibré couplé en triangle



U est la valeur efficace de la tension composée
J est la valeur efficace du courant d'un récepteur
φ' est le déphasage de J par rapport à U

$$\boxed{P = 3 \,.\, U \,.\, J \,.\, \cos\varphi' \quad \text{avec } J = I / \sqrt{3}}$$

Quelque soit le couplage pour un système triphasé équilibré
La puissance active est donnée par la relation ci contre
dans laquelle U est la valeur efficace de la tension composée
I est la valeur efficace du courant en ligne
φ est le déphasage du courant I par rapport à la tension U

$$\boxed{\underset{(W)}{P} = \sqrt{3} \,.\, \underset{(V)}{U} \,.\, \underset{(A)}{I} \,.\, \cos\varphi}$$

- **Pour un système constitué de 3 résistors identiques** nous savons que le déphasage du courant par rapport à la tension est nul donc cosφ = 1.

$$\boxed{P = \sqrt{3}.U.I = 3.R.I^2}$$

- **Pour un système constitué de 3 réactors parfaits identiques**, le déphasage du courant par rapport à la tension est +π/2 donc cosφ = 0.

$$\boxed{P = 0}$$

- **Pour un système constitué de 3 condensateurs identiques**, le déphasage du courant par rapport à la tension est -π/2 donc cosφ = 0.

$$\boxed{P = 0}$$

➢ Puissance réactive

La **puissance réactive notée Q** est la puissance mise en jeu dans les dipôles réactifs.
Elle est due à la réactance et s'exprime en VAr (Volt Ampère réactif)
Elle est égale à la somme arithmétique des puissance actives des trois récepteurs monophasés
C'est à dire à trois fois la puissance réactive monophasée lorsque le système est équilibré

$$\boxed{Q_{tri} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3 \,.\, Q_{mono}}$$

Quelque soit le couplage pour un système triphasé équilibré
La puissance réactive est donnée par la relation ci contre
dans laquelle U est la valeur efficace de la tension composée
I est la valeur efficace du courant en ligne
φ est le déphasage du courant I par rapport à la tension U

$$\boxed{\underset{(VAr)}{Q} = \sqrt{3} \,.\, \underset{(V)}{U} \,.\, \underset{(A)}{I} \,.\, \sin\varphi}$$

On peut exprimer la puissance réactive en fonction de la puissance active :

$$\boxed{Q = P \,.\, tg\varphi}$$

- **Pour un système constitué de 3 résistors identiques** nous savons que le déphasage du courant par rapport à la tension est nul donc $\sin\varphi = 0$. $\boxed{Q = 0}$
- **Pour un système constitué de 3 réactors parfaits identiques**, le déphasage du courant par rapport à la tension est $+\pi/2$ donc $\sin\varphi = 1$. $\boxed{Q_L = \sqrt{3}.U.I = 3.X_L.I^2}$
- **Pour un système constitué de 3 condensateurs identiques**, le déphasage du courant par rapport à la tension est $-\pi/2$ donc $\sin\varphi = -1$. $\boxed{Q_C = -\sqrt{3}.U.I = -3.X_C.I^2}$

➢ Puissance apparente

La **puissance apparente notée S** est la puissance qui caractérise le générateur source de tension et de courant alternatif. Quand on met à disposition une source d'énergie électrique alternative, on ne connaît pas l'utilisation qui sera faite par l'utilisateur et donc on ne connaît pas le déphasage entre le courant et la tension. Par contre, il est nécessaire de connaître la tension et l'intensité disponible.

Elle est égale à la somme vectorielle des puissance apparentes des trois sources monophasées
C'est à dire à trois fois la puissance apparente monophasée lorsque le système est équilibré

$$\boxed{\overrightarrow{S_{tri}} = \overrightarrow{S_1} + \overrightarrow{S_2} + \overrightarrow{S_3} = 3 \,.\, \overrightarrow{S_{mono}}}$$

Quelque soit le couplage pour un système triphasé équilibré
La puissance apparente est donnée par la relation ci contre
dans laquelle U est la valeur efficace de la tension composée
I est la valeur efficace du courant en ligne
φ est le déphasage du courant I par rapport à la tension U

$$\boxed{\underset{(VA)}{S} = \sqrt{3} \,.\, \underset{(V)}{U} \,.\, \underset{(A)}{I}}$$

On peut exprimer la puissance apparente S en fonction de la puissance active P et de la puissance réactive Q :

$$\boxed{S = \sqrt{P^2 + Q^2}}$$

On peut aussi exprimer la puissance apparente S en fonction de l'impédance d'un récepteur monophasé et du courant qui le traverse

$$\boxed{S = 3.\, Z \,.\, I^2}$$

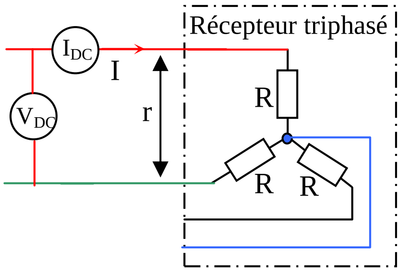
➢ Puissance dissipée

Lorsque le récepteur triphasé est constitué de résistors, il dissipe de la chaleur par effet Joule.

Si l'on considère le cas d'un récepteur triphasé équilibré, les 3 résistors sont identiques et ont une résistance égale à R.
Chaque résistor étant traversé par un courant d'intensité I, dissipe une puissance égale à $R.I^2$
Donc la puissance totale dissipée pour un récepteur triphasé équilibré est $P_d = 3 \cdot R \cdot I^2$

Il faut donc connaître l'intensité du courant I traversant le résistor et surtout pouvoir mesurer R.
En effet très souvent sur un récepteur triphasé on ne connaît par la résistance d'un élément et il est difficile de la mesurer car les 3 éléments du récepteur triphasé sont déjà couplés.

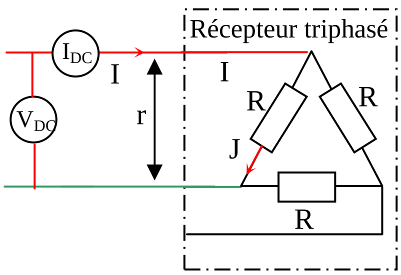
- Cas d'un système équilibré couplé en étoile



Les résistors sont traversés par l'intensité I de ligne

Avec un ohmmètre ou par la méthode voltampèremétrique en continu on peut déterminer la résistance r entre deux fils de phase telle que
$r = V_{DC} / I_{DC}$
D'autre part on voit que $r = R + R = 2.R \rightarrow R = r / 2$
Donc $P_d = 3 \cdot R \cdot I^2 = \frac{3}{2} r \cdot I^2$

- Cas d'un système équilibré couplé en triangle



Les résistors sont traversés par l'intensité J $= I / \sqrt{3} \rightarrow J^2 = I^2 / 3$

Avec un ohmmètre ou par la méthode voltampèremétrique en continu on peut déterminer la résistance r entre deux fils de phase telle que
$r = V_{DC} / I_{DC}$
D'autre part on voit que r est égale à R en parallèle avec 2R
donc $r = R \,//\, 2R = 2.R^2 / 3.R = 2.R / 3 \rightarrow R = 3.r / 2$
Donc $P_d = 3 \cdot R \cdot J^2 = \frac{3}{2} r \cdot I^2$

Quelque soit le couplage pour un système triphasé équilibré
La puissance dissipée par effet Joule est donnée par la relation :

$$\boxed{P_d = \frac{3}{2} r \cdot I^2}$$

dans laquelle I est la valeur efficace du courant en ligne
r est la résistance mesurée entre deux fils d'alimentation du récepteur couplé

➢ Facteur de puissance

Nous venons de voir que la **puissance active** est donnée par la relation : $\mathbf{P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi}$
et que la **puissance apparente** est donnée par la relation : $\mathbf{S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I}$
donc : $\mathbf{P = S \cdot \cos\varphi}$

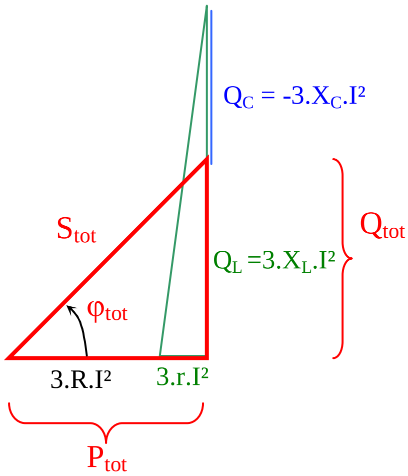
Donc comme en monophasé, le facteur de puissance en triphasé est :

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{P}{S} \quad \begin{matrix} (W) & (VA) \end{matrix}}$$

➢ Triangle des puissances

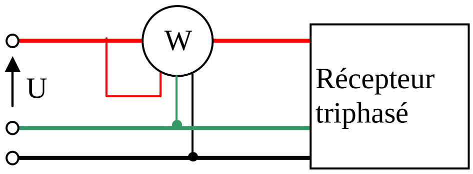
De la même façon que nous avons défini le triangle des impédances nous pouvons tracé le **triangle des puissances** :

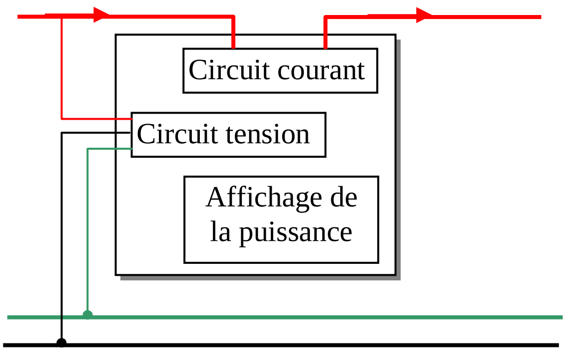
Puissance active totale :	$P_{tot} = \Sigma P = R_{tot} \cdot I^2$
Puissance réactive totale :	$Q_{tot} = \Sigma Q = X_{tot} \cdot I^2 = P_{tot} \operatorname{tg}\varphi$
Puissance apparente totale :	$S_{tot} = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2} = Z_{tot} \cdot I^2$
Facteur de puissance :	$\cos\varphi = \dfrac{P_{tot}}{S_{tot}}$



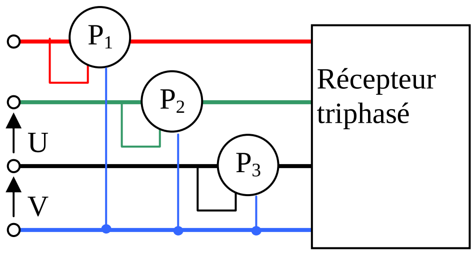
➢ Mesure de la puissance active

- Directement avec un wattmètre triphasé
  Ou avec une pince multifonctions



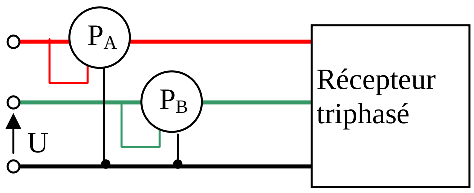


- Indirectement avec un wattmètre monophasé



Dans le cas d'un **système triphasé avec neutre** :
On mesure P_1 et P_2 et P_3 entre une phase et le neutre
On calcule $\mathbf{P_{tri} = P_1 + P_2 + P_3}$

Si le système est équilibré $P_1 = P_2 = P_3 = P_{mono}$
On mesure P_1 ou P_2 ou P_3
Et alors $\mathbf{P_{tri} = 3.P_{mono}}$



Dans le cas d'un **système triphasé sans neutre** :
On mesure P_A et P_B et P_3 entre deux phases dont l'une sert de référence commune aux deux mesures
On calcule alors $\mathbf{P_{tri} = P_A + P_B}$

Cette mesure est appelée méthode des 2 wattmètres
En pratique on utilise un seul wattmètre associé à un commutateur de phase.

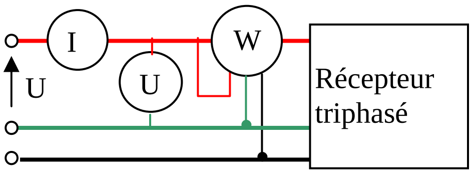
➢ Mesure de la puissance réactive

La méthode des 2 wattmètres permet aussi de calculer la puissance réactive : $\mathbf{Q_{tri} = \sqrt{3} \cdot (P_A - P_B)}$

2.8. Relèvement du facteur de puissance

Comme en monophasé, en triphasé il ne faut pas que Q_{tot} dépasse 40% de P_{tot}
Autrement dit pour EDF il faut au maximum que $tg\varphi_{tot} = Q_{tot} / P_{tot} = 0,4$ $\Rightarrow$ $\varphi_{tot} \leq 21,8°$ (0,38 rad)
$\Rightarrow$ $\mathbf{cos\varphi_{tot} > 0,928}$

➢ Détermination du facteur de puissance d'une installation triphasée



On mesure directement le facteur de puissance avec une pince multifonctions ou bien on le calcule à partir de la mesure de P, U et I

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}.U.I}}$$

➢ Relèvement du facteur de puissance d'une installation triphasée

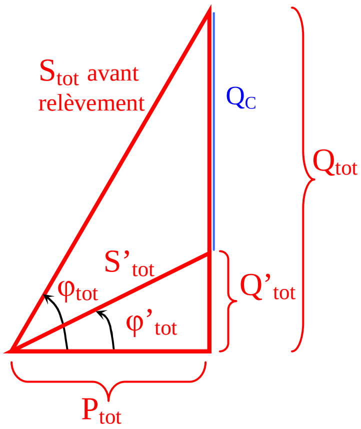
Le relèvement du facteur de puissance consiste à augmenter $cos\varphi_{tot}$

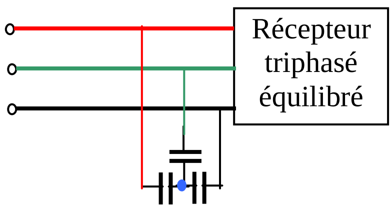
Pour cela il faut que le montage fournisse plus de puissance réactive. Il convient donc d'augmenter Q_C en rajoutant des condensateurs aux bornes du récepteur triphasé sans déséquilibrer le système.

Avant relèvement : on a $Q_{tot} = P_{tot}\ tg\varphi_{tot}$ et $S_{tot} = V . I_{tot}$

Après relèvement : on veut $Q'_{tot} = P_{tot}\ tg\varphi'_{tot}$ et $S'_{tot} = V . I'_{tot}$

Il faut donc **fournir** $Q_C = Q_{tot} - Q'_{tot} = P_{tot}\ (tg\varphi_{tot} - tg\varphi'_{tot})$



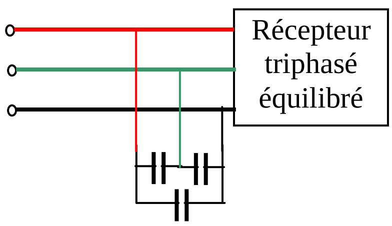


- Cas du couplage étoile

Les 3 condensateurs de capacité C sont soumis à une tension V.
La puissance réactive fournie est $Q_C = 3.V^2.C\omega \rightarrow C = Q_C / 3.V^2.\omega$

La capacité s'exprime en Farad ou en microfarad µF

$$\boxed{C = \frac{P_{tot}\ (tg\varphi_{tot} - tg\varphi'_{tot})}{3.V^2.\omega}}$$



- Cas du couplage triangle

Les 3 condensateurs de capacité C sont soumis à une tension U.
La puissance réactive fournie est $Q_C = 3.U^2.C\omega \rightarrow C = Q_C / 3.U^2.\omega$

La capacité s'exprime en Farad ou en microfarad µF

$$\boxed{C = \frac{P_{tot}\ (tg\varphi_{tot} - tg\varphi'_{tot})}{3.U^2.\omega}}$$

Le couplage triangle est préférable car la valeur des condensateurs est 3 fois moins importante.

➢ Avantages du relèvement du facteur de puissance

Le relèvement du facteur de puissance permet aussi de **diminuer S_{tot}** et donc pour une tension donnée, de **diminuer l'intensité I_{tot}** et tout ce qui en découle : diminution des pertes joule, diminution de la section des conducteurs, diminution du calibre des appareillages etc… En conclusion pour que le relèvement du facteur de puissance soit le plus efficace possible il faut brancher les condensateurs directement aux bornes du récepteur triphasé.

2.9. Exemples d’exercice

Exemple N°1 : Exercice sur le couplage

Vous branchez 3 lampes de 100W 230 V sur une installation triphasée 3 x 230 V 50 Hz
Comment allez vous les brancher pour que le système triphasé soit équilibré ?
Quelle est la tension composée du réseau ?
Quelle est la tension simple du réseau ?
Quel est le couplage à réaliser ? pourquoi ?
Représenter le schéma du montage.
Quel est le courant dans une lampe ?
Quel est le courant dans une ligne ?
Quelle est la puissance consommée ?

Vous branchez 3 lampes de 100W 230 V sur une installation triphasée 3 x 400 V 50 Hz
Quelle est la tension composée du réseau ?
Quelle est la tension simple du réseau ?
Quel est le couplage à réaliser ? pourquoi ?
Représenter le schéma du montage.
Quel est le courant dans une lampe ?
Quel est le courant dans une ligne ?
Quelle est la puissance consommée ?
Comparer les deux montages

Exemple N°2 : Exercice sur le couplage

Expliquer quel doit être le couplage d’un moteur asynchrone triphasé 230 V / 400 V
Si la tension du réseau triphasé est 230 V ?
Si la tension du réseau triphasé est 400 V ?

Exemple N°3 : Exercice sur une installation triphasée

Sur un secteur triphasé 230 / 400 V 50 Hz avec fil de neutre on branche :
Entre neutre et phase 1, un résistor de 60 Ω ;
Entre neutre et phase 2, deux résistors de 60 Ω en parallèle ;
Entre neutre et phase 3, trois résistors de 60 Ω en parallèle ;

Quelle est l’intensité du courant I_1 dans la phase 1 ? I_1 = 3,83 A ou 4,78 A ou 6,66 A.
l’intensité du courant I_2 dans la phase 2 est I_2 = 3,83 A ou 7,66 A ou 1,91 A.
Quelle est l’intensité du courant I_3 dans la phase 3 ? I_3 = 3,83 A ou 1,27 A ou 11,5 A.
Le système est –il équilibré ? Pourquoi ?
Déterminer graphiquement la valeur I_N du courant dans le neutre $I_N \approx$ 0 A ou 6,6 A ou 8,9A ou 23 A.

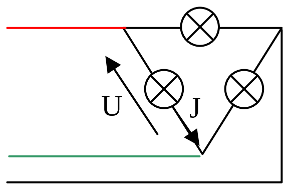
Exemple N°4 : Exercice sur les puissances

Sur une installation triphasée, on fait une série de mesure avec une pince multifonctions :
On obtient : Tension composée : 400 V, Intensité en ligne : 3A , puissance absorbée : 1,2 KW
Quelle sont les puissances active, apparente et réactive mises en jeu dans l’installation ?
Représenter le triangle des puissances.
En déduire le facteur de puissance de l’installation. Convient-il pour EDF ?

Exemple N°1 : Réponses et explications :

Vous branchez 3 lampes de 100W 230 V sur une installation triphasée 3 x 230 V 50 Hz
Nous allons brancher les lampes une par phase de façon à équilibrer le système
la tension composée du réseau est celle qui est citée : $\boxed{U = 230\ V}$
la tension simple du réseau est $V = U / \sqrt{3}$ → $\boxed{V = 133\ V}$
le couplage à réaliser est le couplage $\boxed{\text{triangle}}$ car les lampes supportent la tension composée du réseau

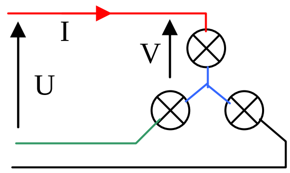
Représenter le schéma du montage.



le courant dans une lampe est $J = P_{lampe} / U$ → $\boxed{J = 0{,}435\ A}$
(pour une lampe $\cos\varphi = 1$)
le courant dans une ligne est $I = \sqrt{3}.\ J$ → $\boxed{I = 0{,}753\ A}$
la puissance consommée par 3 lampes de 100 W est $\boxed{P_T = 300W}$
on peut vérifier la relation de la puissance dans une installation triphasé $P_T = \sqrt{3}.\ U.\ I \cos\varphi$

Vous branchez 3 lampes de 100W 230 V sur une installation triphasée 3 x 400 V 50 Hz
la tension composée du réseau est celle qui est citée : $\boxed{U = 400\ V}$
la tension simple du réseau est $V = U / \sqrt{3}$ → $\boxed{V = 230\ V}$
le couplage à réaliser est le couplage $\boxed{\text{étoile}}$ car les lampes supportent la tension simple du réseau

Représenter le schéma du montage.

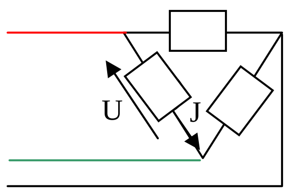


le courant dans une lampe est $I = P_{lampe} / V$ → $\boxed{J = 0{,}435\ A}$
(pour une lampe $\cos\varphi = 1$)
le courant dans une ligne est le même que dans la lampe
la puissance consommée par 3 lampes de 100 W est $\boxed{P_T = 300W}$
on peut vérifier la relation de la puissance dans une installation triphasé $P_T = \sqrt{3}.\ U.\ I \cos\varphi$

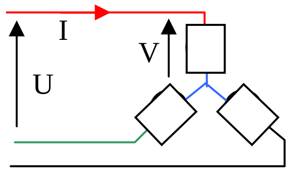
On constate que quelque soit le montage, la lampe est soumise à la même tension, elle est traversée par le même courant et la puissance consommée est identique.

Exemple N°2 : Réponses et explications :

Expliquer quel doit être le couplage d'un moteur asynchrone triphasé 230 V / 400 V
Si la tension du réseau triphasé est 230 V ?
Si la tension du réseau triphasé est 400 V ?
Sur la plaque à bornes d'un récepteur triphasé figure les deux tensions correspondant aux deux couplages possibles : 230 V tension supportée par un enroulement → couplage triangle
400 V tension supportée par deux enroulements → couplage étoile
Donc si la tension du réseau triphasé est 230 V nous allons coupler le moteur en TRIANGLE
si la tension du réseau triphasé est 400 V nous allons coupler le moteur en ETOILE



Couplage TRIANGLE



Couplage ETOILE

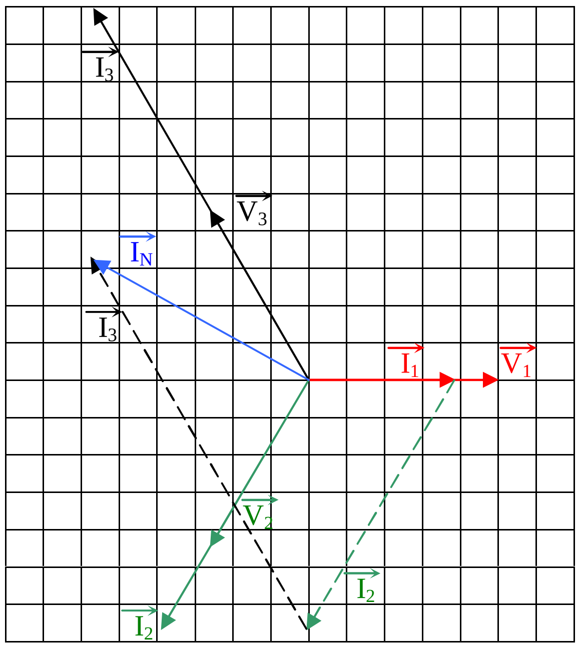
Exemple N°3 : Réponses et explications :

Sur un secteur triphasé 230 / 400 V 50 Hz avec fil de neutre on branche :
Entre neutre et phase 1, un résistor de 60 Ω ;
Entre neutre et phase 2, deux résistors de 60 Ω en parallèle ;
Entre neutre et phase 3, trois résistors de 60 Ω en parallèle ;

l'intensité du courant I_1 dans la phase 1 est I_1 = $\boxed{3{,}83\ A}$ ou 4,78 A ou 6,66 A.
Entre phase et neutre on a la tension simple
La loi d'Ohm pour un résistor donne $I_1 = V / Z_1 = 230 / 60$

l'intensité du courant I_2 dans la phase 2 est I_2 = 3,83 A ou $\boxed{7{,}66\ A}$ ou 1,91 A.
L'impédance Z_2 de 2 résistors en parallèle est $1/Z_2 = 1/R + 1/R$
La loi d'Ohm pour Z_2 donne $I_2 = V / Z_2 = 230 / 30$

Quelle est l'intensité du courant I_3 dans la phase 3 ? I_3 = 3,83 A ou 1,27 A ou $\boxed{11{,}5\ A}$.
L'impédance Z_3 de 3 résistors en parallèle est $1/Z_3 = 1/R + 1/R + 1/R$
La loi d'Ohm pour Z_2 donne $I_2 = V / Z_2 = 230 / 20$



Le système n'est pas équilibré car les impédances sont de valeurs différentes sur les 3 phases et donc les courants sont d'intensités différentes.
Par contre les impédances étant purement résistives, les courants sont en phase avec les tensions.

Déterminer graphiquement la valeur I_N du courant dans le neutre $I_N \approx 0$ A ou $\boxed{6{,}6\ A}$ ou 8,9A ou 23 A.

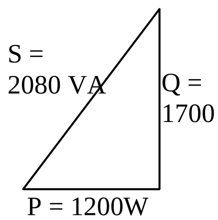
Echelle : 1 A pour 1 div (0,5 cm)

$$\vec{I_N} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}$$

La mesure de I_N est environ de 3,3 cm soit 6,6 A
Il est absolument nécessaire de raccorder le neutre

Exemple N°4 : Réponses et explications :

Sur une installation triphasée, on fait une série de mesure avec une pince multifonctions :
On obtient : Tension composée : 400 V, Intensité en ligne : 3A , puissance absorbée : 1,2 KW
Quelle sont les puissances active, apparente et réactive mises en jeu dans l'installation ?
Représenter le triangle des puissances.
La puissance active est égale à la puissance absorbée mesurée : $\boxed{P = 1200\ W}$
La puissance apparente est donné par la relation $S = \sqrt{3}.U.I$ → $\boxed{S = 2080\ VA}$
La puissance réactive est donné par Pythagore : $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$ → $\boxed{Q = 1700\ Var}$



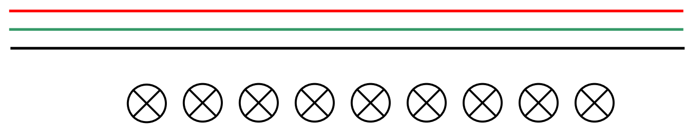
Le facteur de puissance est $\cos\varphi = P / S$ → $\boxed{\cos\varphi = 0{,}577}$
Il est insuffisant pour EDF ; Il faudrait le relever à 0,93 avec des condensateurs

Autocorrection

2.10. Exercices à résoudre

Exercice N°1 :

Six lampes de 100 W 230 V sont réparties sur les 3 phases d'un réseau 400 V
Compléter le schéma du montage
Quelle est l'intensité en ligne ?



Exercice N°2 :

Sur un secteur triphasé 230 / 400 V 50Hz avec fil de neutre, on branche :
Entre neutre et phase 1 un résistor R = 80 Ω
Entre neutre et phase 2 un condensateur C = 40 μF
Entre neutre et phase 3 un réactor : r = 40 Ω et L = 220 mH

Quelle est l'intensité I_1 dans la ligne de phase 1 ? I_1 = 2,87 A ou 5A ou 8,66 A
Quelle est l'intensité I_2 dans la ligne de phase 2 ? I_2 = 2,87 A ou 5,75 A ou 10 A
Quelle est l'intensité I_3 dans la ligne de phase 3 ? I_3 = 1,04 A ou 2,87 A ou 5,75 A
Le système est-il équilibré ? Pourquoi ?
Déterminer graphiquement la valeur du courant I_N dans le neutre ? $I_N \approx$ 0 A ou 2,87 A ou 7 A ou 8,6 A

Exercice N°3 :

- Sur un secteur triphasé 230 / 400 V 50 Hz on monte en ETOILE un ENSEMBLE 1 constitué de trois résistors identiques tels que Z_1 = 80 Ω.

Quelle est l'intensité du courant dans chaque résistor : 1,66 A ou 2,88 A ou 5A ou 8,66 A
Quelle est l'intensité du courant I_R dans la ligne : 1,66 A ou 2,88 A ou 5A ou 8,66 A

- Sur ce même réseau triphasé on monte à la place de l' ENSEMBLE 1, un ENSEMBLE 2 constitué d'un moteur triphasé 230/ 400V dont les trois enroulements sont tels que Z_2 = 80 Ω et $\cos\varphi_2 = 0{,}7$

Quelle intensité traverse chaque enroulement moteur : 2,88 A ou 3,6 A ou 5A ou 8,66 A
Quelle est alors l'intensité du courant I_M dans la ligne : 2,88 A ou 3,6 A ou 5A ou 8,66 A

- Toujours sur ce même réseau triphasé on monte en TRIANGLE à la place de l' ENSEMBLE 2, un ENSEMBLE 3 constitué de trois condensateurs tels que C = 23 μF

Quelle intensité traverse chaque condensateur : 1,66 A ou 2,88 A ou 5A ou 8,66 A
Quelle est alors l'intensité du courant I_C dans la ligne : 1,66 A ou 2,88 A ou 5A ou 8,66 A

- Les ENSEMBLES 1, 2 , 3 sont maintenant montés en même temps sur le réseau

L'installation est-elle équilibrée pourquoi ?
Déterminer graphiquement la valeur du courant I_{tot} dans une ligne de l'installation
$I_{tot} \approx$ 0 A ou 2,88 A ou 5,75 A ou 8,66 A
En déduire la puissance apparente de l'installation.

Travail personnel

3. APPAREILS DE MESURE

3.1. Le multimètre

Le **multimètre** est un appareil de mesure qui regroupe plusieurs appareils.
Il existe des multimètres de table utilisés en laboratoire sur une table de mesures ou des multimètres de poche utilisés sur un équipement.
Le multimètre le plus répandu existe en version **numérique** ou **digital** : la valeur de la mesure est affichée directement sur un afficheur digital à cristaux liquides.
Il existe également le multimètre version **analogique** pour lequel la mesure est indiquée par une aiguille.
La valeur de la mesure est déterminée par l'utilisateur en fonction du **calibre** choisi pour la mesure, de l'**échelle** appropriée sur laquelle on effectue la lecture et de la **lecture** faite de la position de l'aiguille sur l'échelle.
Choisir le calibre de l'appareil
Repérer l'échelle appropriée
Relever la position de l'aiguille
Calculer la valeur de la mesure

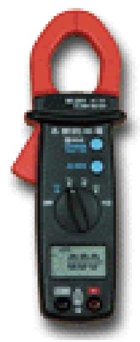
$$\boxed{\textbf{Valeur} = \frac{\textbf{calibre} \times \textbf{lecture}}{\textbf{échelle}}}$$

Il existe dans le commerce des multimètres plus ou moins performants :
Les plus simples assurent les fonctions de base : Voltmètre, ampèremètre et ohmmètre.
D'autres multimètres permettent aussi la mesure de capacité, d'inductance, de fréquence et même le test de composant diode transistor etc…
La caractéristiques des multimètres varient en fonction de leur prix :
La résolution (nombre d'afficheurs), la précision, la robustesse, la simplicité et la sécurité sont des critères de choix importants qu'il convient de prendre en compte.

Affichage digital à cristaux liquides: 3 digits ½ (2000 points)
Mise sous tension de l'appareil: POWER ou ON-OFF
Choix du type du courant : DC ou = pour Direct Courant : courant continu AC ou ~ pour Alternative Courant : courant alternatif
Choix de la fonction : V pour Voltmètre A pour ampèremètre Ω pour ohmmètre F pour fréquencemètre
Choix des calibres : pour les tensions : 2V, 20 V, 200V Le choix du calibre dépend de la mesure à effectuer Le calibre indique la valeur maximale de la mesure
Choix des bornes : COM est la borne commune pour toutes les mesures La borne V Ω est utilisée en voltmètre ou Ohmmètre Les bornes mA et 10A sont utilisées en ampèremètre

3.2. La pince multifonctions

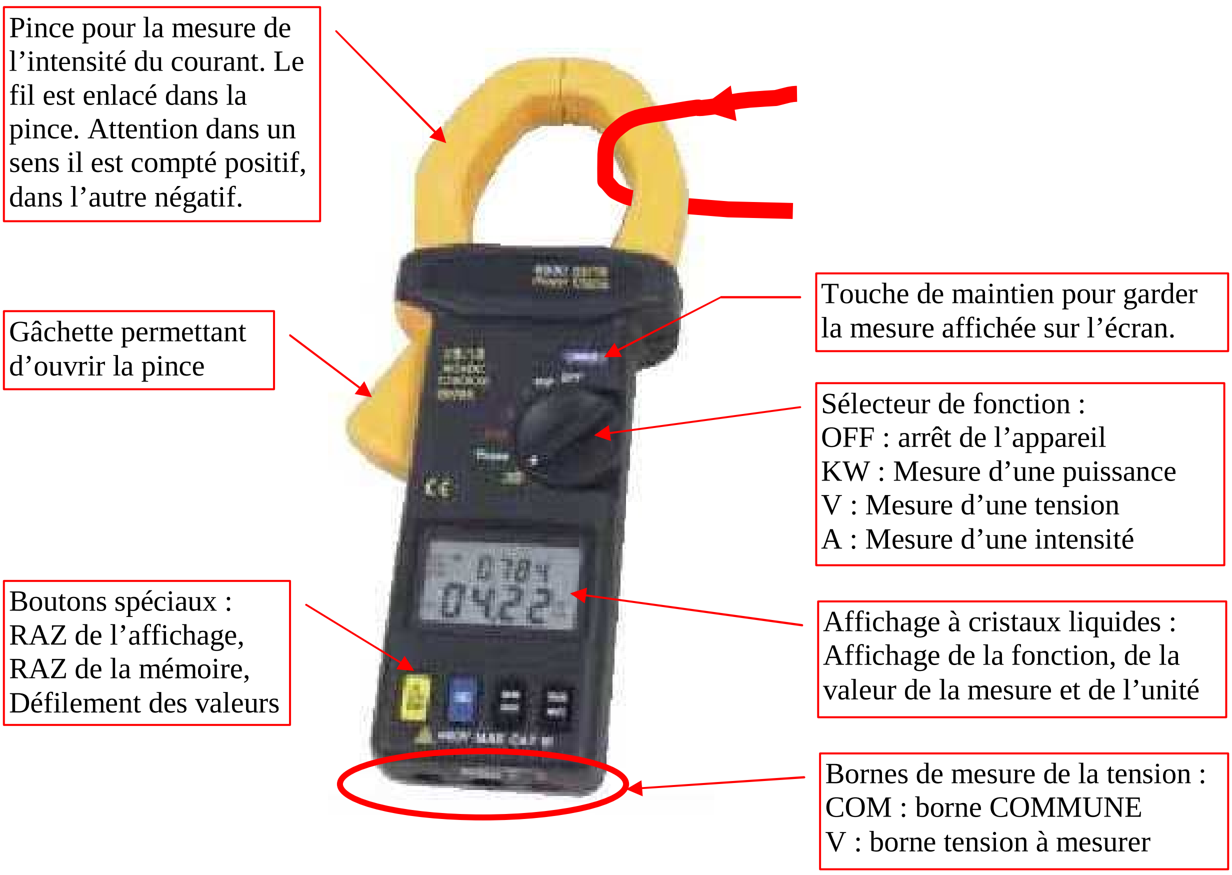
La pince multifonctions est un appareil de mesure qui regroupe plusieurs appareils L'utilisation principale d'une pince multifonctions c'est la pince ampèremétrique, c'est à dire la possibilité de mesurer une intensité sans avoir à ouvrir le circuit.



La pince multifonctions permet aussi la mesure des tensions et des puissances en courant continu ou en courant alternatif.

Comme pour le multimètre, les fonctions sont choisie avec un sélecteur.

Exemple de pince multifonctions permettant les mesures de tension, courant et puissance

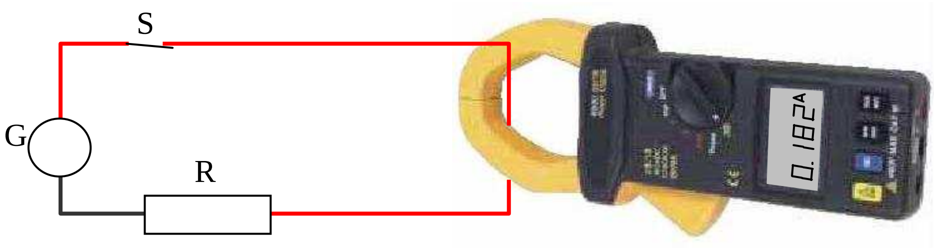


➢ Mesure d'une tension électrique alternative

Pour mesurer la tension alternative aux bornes du récepteur R, positionner le sélecteur sur la fonction Voltmètre, V : et brancher les deux pointes de touches aux bornes du récepteur :

➢ Mesure d'une intensité électrique alternative

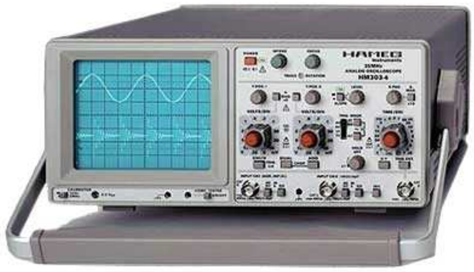
Pour mesurer l'intensité du courant alternatif dans le récepteur R, positionner le sélecteur sur la fonction Ampèremètre, A : et enlacer le fils alimentant le récepteur avec la pince :



➢ Mesure d'une puissance électrique alternative

Pour mesurer la puissance électrique dans le récepteur R, positionner le sélecteur sur la fonction Wattmètre, KW ; brancher les deux pointes de touches aux bornes du récepteur pour avoir la tension et, enlacer le fils alimentant le récepteur avec la pince pour avoir le courant :
La pince détermine la puissance consommée par le récepteur et le facteur de puissance.

3.3. L’oscilloscope

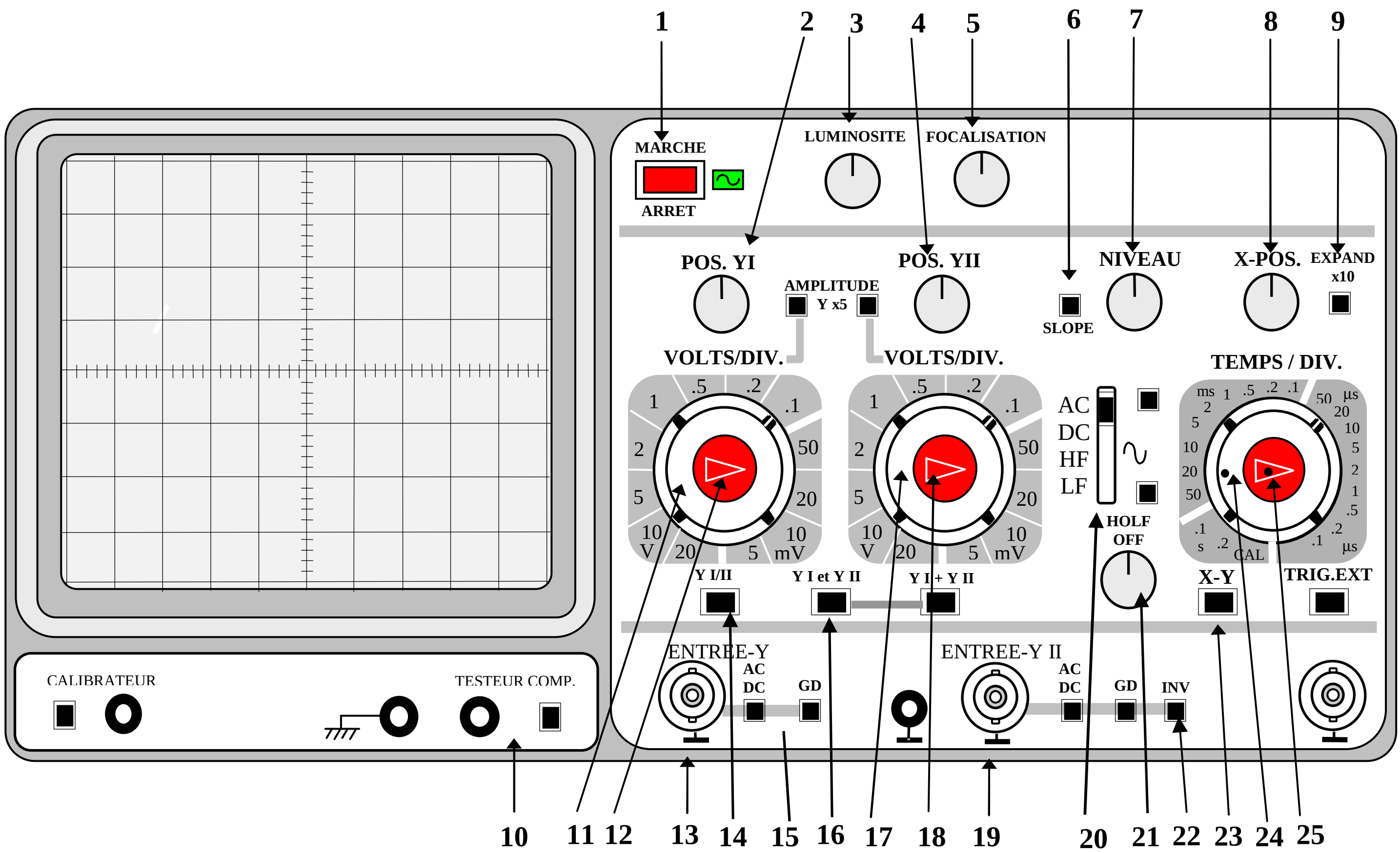


L’oscilloscope est un voltmètre permettant de visualiser l’allure d’une tension électrique et de la mesurer.
Il permet aussi de connaître l’image et la valeur d’un courant électrique grâce à la mesure d’une tension aux bornes d’une résistance connue précisément (un shunt).

La face avant de l’oscilloscope est constitué de plusieurs zones :

- Une zone **visualisation des signaux** permet l’affichage d’une ou deux tensions en fonction du temps. La qualité du spot est réglée avec les boutons luminosité et focalisation. L’affichage est fait sur un écran comportant 10 divisions sur l’axe horizontal et 8 divisions sur l’axe vertical.
- Une zone **mesures d’amplitude** permet le réglage des calibres tension afin de les adapter aux grandeurs à mesurer. Le calibre est défini en volts par division. Par exemple le calibre 2 volts/div permet de visualiser une tension d’amplitude maximale de 16 volts (2 V x 8 divisions d’écran).
  On parle aussi de sensibilité verticale.
- Une zone **mesures de temps** permet le réglage du calibre temps. Pour visualiser une tension il est nécessaire de déplacer le spot sur l’axe horizontal ou axe des temps. On parle de balayage. La vitesse de balayage est définie en temps par division. Par exemple la vitesse de balayage ou base de temps de 10 ms/div permet l’affichage d’un tension pendant 100 ms : (10 ms x 10 divisions).
  On parle aussi de sensibilité horizontale.
- Une zone **entrées des signaux** de mesure. Attention les deux entrées ont la même référence !

Exemple d’un oscilloscope 2 voies ou deux entrées



Liste et désignation des boutons de commande

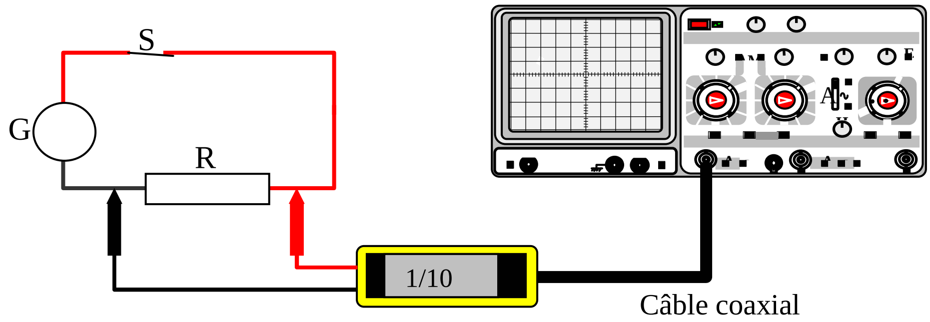
Repère	Nom	Fonction
1	ON /OFF	Bouton marche-arrêt de l'appareil
3	LUMINOSITE	Réglage de la luminosité du faisceau
5	FOCALISATION	Réglage de la netteté du faisceau
2	POS-YI	Déplacement vertical de la trace de la voie I
4	POS-YII	Déplacement vertical de la trace de la voie II
8	Y-POS II	Déplacement horizontal des deux traces
6	AT/NORM	Déclenchement de la mesure automatique ou non
7	LEVEL	Réglage du niveau de déclenchement
9	EXPAND	Expansion horizontal par 10 → base de temps divisée par 10
	TIME / DIV.	Réglage de la durée de balayage
10		Mode testeur de composants
11	VOLTS / DIV	Sensibilité verticale (voie I)
12		Calibrage de la sensibilité (voie I)
13	ENTREE Y I	fiche BNC-entrée de la tension à visualiser (voie I)
17	VOLTS / DIV	Sensibilité verticale (voie II)
18		Calibrage de la sensibilité (voie II)
19	ENTREE Y II	fiche BNC-entrée de la tension à visualiser (voie II)
14	Y I / II	Choix de la voie à visualiser (relâché: voie I)
16	Y I ET Y II	Visualisation d'une voie ou des 2 voies si bouton enfoncé
18	Y I + Y II	Addition des 2 voies si bouton enfoncé
		Inversion de la tension voie I
15		Sélection continu ou alternatif et réglage position du zéro
20		Sélection mode de déclenchement
21	HOLD OFF	Maintien du signal entre eux balayage
22	X-Y	Sélection mode X-Y : la voie I est en abscisse
23	TEMPS / DIV	Sensibilité horizontale
24		Calibrage de la sensibilité horizontale
	INV	Inversion de la tension voie II

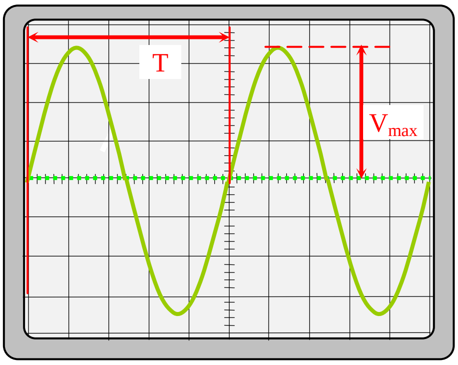
Procédure de mise en marche d'un oscilloscope

1°	Vérifier que tous les boutons poussoirs sont en position relâchée (repos)	
2°	Vérifier que tous les boutons de calibrage sont en butée à droite	12 – 18 - 25
3°	Mettre sous tension l'oscilloscope	1
4°	Régler la luminosité et la netteté du faisceau	3 - 5
5°	Choisir l'entrée ou les entrées des signaux	
6°	Centrer les traces horizontalement et verticalement	2 – 4 - 8
7°	Placer les boutons de couplage en position DC	
8°	Brancher la ou les tensions à visualiser	13 - 19
9°	Régler la sensibilité verticale pour obtenir un déplacement maximal du spot	11 - 17
10°	Régler le balayage pour ne pas voir le déplacement du spot	24

- Visualisation d'une tension électrique

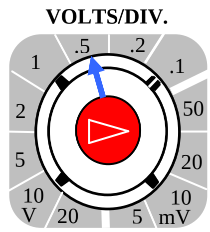
Pour visualiser une tension électrique alternative, il suffit de relier l'une des entrées aux bornes du récepteur. Toutefois il est fortement conseiller d'utiliser une sonde différentielle de tension pour faire les mesures en toute sécurité et, isoler les entrées de l'oscilloscope lorsque les mesures sont référencées à des potentiels différents.
Attention une sonde atténue le signal d'entrée : Il faut en tenir compte lors de la mesure





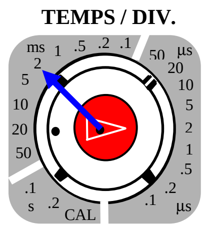
Le signal obtenu est une sinusoïde.

- On peut connaître la valeur maximale de la tension.



Pour cela il faut tenir compte de la sensibilité verticale et de la sonde :
Par exemple : 0,5 V / div
Lecture : 3,4 divisions soit 1,7 V max
Or la sonde atténue de 1/10 donc la tension max est de 17 V.
On peut en déduire la tension efficace : V = 12 V ($V_{max} / \sqrt{2}$)
Attention la précision est assez faible ; de l'ordre d'un dizième de division soit 0,5 volt !

- On peut également connaître la période de la tension.



Pour cela il faut tenir compte de la base de temps :
Par exemple 2 ms
Lecture : 5 div soit T = 10 ms
On peut en déduire la fréquence :

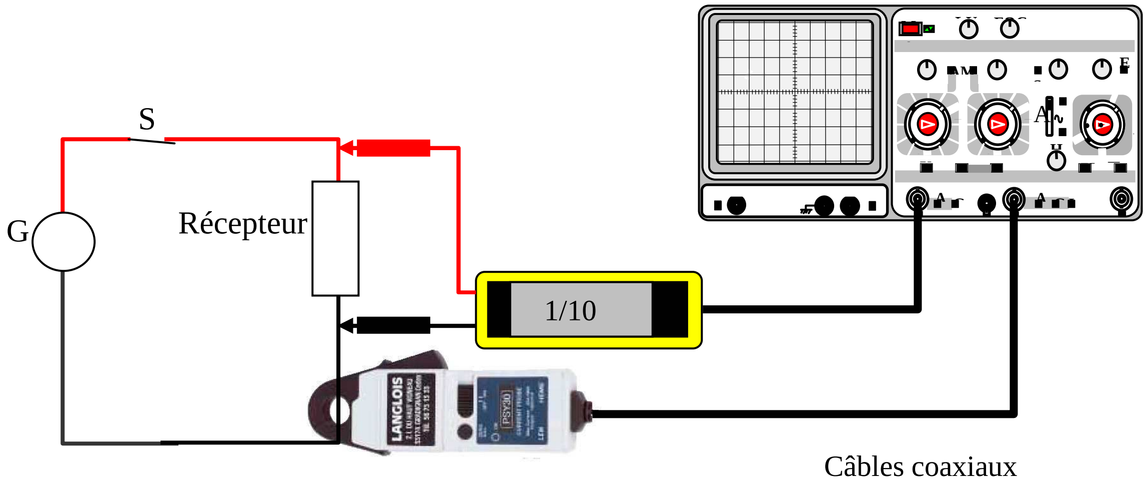
$$f = 1/ T = 100 \text{ Hz}$$

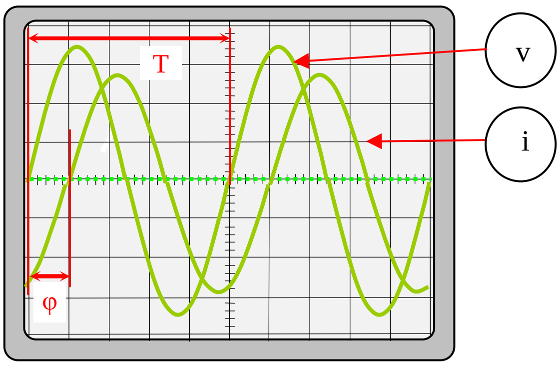
- Visualisation d'un courant électrique

De même pour visualiser une intensité électrique alternative nous allons utiliser une sonde de courant qui délivre une tension image du courant à mesurer et permet de faire les mesures en toute sécurité et, d'isoler les entrées de l'oscilloscope .
Attention une sonde de courant atténue le signal d'entrée : par exemple 100 mV / A
Il faut en tenir compte lors de la mesure

➢ Mesure du déphasage entre le courant et la tension

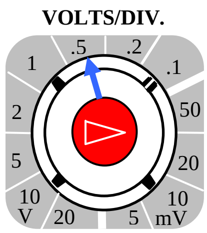
Pour connaître le déphasage entre la tension et le courant il faut utiliser les 2 voies d'entrée de l'oscilloscope : par exemple sur la voie 1 la tension issue d'une sonde de tension et sur la voie 2 l'image du courant issue d'une sonde de courant. Cela permet de faire les mesures en toute sécurité et, d'isoler les entrées de l'oscilloscope .
Attention les sondes atténuent les signaux d'entrée : Il faut en tenir compte lors de la mesure





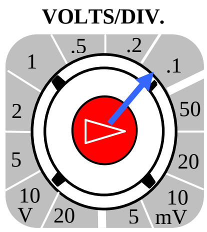
<u>Sensibilité VOIE 1 :</u>
Calibre : 0,5 V/ div
Sonde de tension : 1/10
Lecture voie 1: 3,4 div

Tension maximale : 17 Volts
Tension efficace : 12 Volts



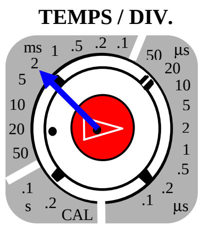
<u>Sensibilité VOIE 2 :</u>
Calibre : 0,1 V/ div
Sonde de courant : 100 mV/A
Lecture voie 2 : 2,8 div

Courant maximal : 2,8 A
Courant efficace : 2 A



<u>Base de temps :</u>
Calibre : 2 ms / div

Lecture de la période : 5 div
Lecture du déphasage : 1 div



Une période (5 div) correspond à un angle de 360° = 2π
Le déphasage (1 div) correspond à un angle 360°/5 = 72°
Le courant arrive après la tension : Il est en retard par rapport à la tension
Le récepteur étudié est un réactor d'impédance Z = V/I = 6 Ω

Autocorrection

4. CORRECTION DES EXERCICES

Correction des exercices paragraphe 1.10 page 23

Exercice N°1 :

L'écriture mathématique d'un courant alternatif est : $i = 17 \sin(628\,t - \pi/6) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi)$

la valeur de l'intensité maximale du courant est : $\boxed{\hat{I} = 17\ A}$

La valeur efficace de l'intensité est : $I = \hat{I} / \sqrt{2} \rightarrow \boxed{I = 12\ A}$

La pulsation est donnée par la relation : $\boxed{\omega = 628\ rad/s}$

La fréquence est telle que $\omega = 2\pi f \rightarrow f = \omega / 2\pi \rightarrow \boxed{f = 100\ Hz}$

La période du courant est $T = 1/f \rightarrow \boxed{T = 10\ ms}$

La valeur du courant à l'instant t = 0 est $i = 17 \sin(-\pi/6) = 17 \sin(-0{,}524) \rightarrow \boxed{i = -8{,}5\ A}$

à l'instant t = 5 ms on a $i = 17 \sin(\pi - \pi/6) = 17 \sin(5\pi/6) = 17 \times 0{,}5 \rightarrow \boxed{i = 8{,}5\ A}$

et à l'instant t = 10 ms on a $i = 17 \sin(2\pi - \pi/6) \rightarrow \boxed{i = -8{,}5\ A}$ comme à t = 0 (période)

Exercice N°2 :

Une bobine est alimentée sous une tension alternative sinusoïdale de 50 V 50Hz

Sa résistance est $R_L = 10\ \Omega$, son impédance $Z_L = 15\ \Omega$

Le déphasage φ du courant par rapport à la tension est tel que $\cos\varphi = R_L/Z_L = 0{,}667 \rightarrow \boxed{\varphi = 48{,}2°}$

L'inductance de la bobine est $L = X_L / \omega$ avec $X_L^2 = Z_L^2 - R_L^2 = 125 \rightarrow X_L = 11{,}2\ \Omega$ et $\boxed{L = 36\ mH}$

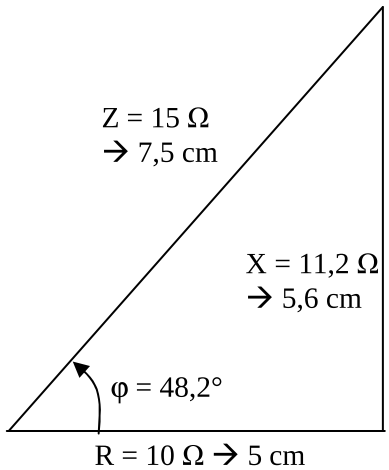
Le courant absorbée par la bobine est donné par la loi d'Ohm : $I = V / Z_L = 50 / 15 \rightarrow \boxed{I = 3{,}33\ A}$

La puissance active consommée est donnée par la loi de Joule : $P = R_L\, I^2 \rightarrow \boxed{P = 111\ W}$

La puissance réactive est $Q = X_L\, I^2 = 11{,}2 \times 3{,}33^2 \rightarrow \boxed{Q = 124\ VAr}$

La puissance apparente est telle que $S^2 = P^2 + Q^2 \rightarrow \boxed{S = 166\ VA}$

Tracer le triangle des impédances : échelle 1 cm = 2 Ω



Lorsque l'on insère un noyau ferromagnétique dans la bobine, on modifie l'inductance afin d'obtenir un déphasage de 60°. Quelle est la nouvelle valeur de l'inductance ?

$\varphi' = 60° \rightarrow \operatorname{tg}\varphi' = 1{,}732 = X' / R \rightarrow X' = 1{,}732\, R = 17{,}32\ \Omega$

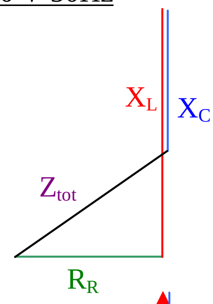
$X' = L'\,\omega \rightarrow L' = X' / \omega = 17{,}32 / (2\pi f) \rightarrow \boxed{L' = 55\ mH}$

Exercice N°3 :

Nous disposons de 3 récepteurs alimentés par un courant alternatif de 50 Hz
Un réactor supposé parfait de 0,35 H
Un résistor de 50 Ω
Un condensateur de 47 µF
Déterminer pour chacun des récepteurs :

	La résistance,	La réactance,	L'impédance
Pour le réactor	$R_L = 0\ \Omega$	$X_L = L\omega = L.2\pi f = 110\ \Omega$	$Z_L = X_L = 110\ \Omega$
Pour le résistor	$R_R = 50\ \Omega$	$X_R = 0$	$Z_R = R_R = 50\ \Omega$
Pour le condensateur	$R_C = 0\ \Omega$	$X_C = 1/C\omega = 1/C.2\pi f = 67{,}8\ \Omega$	$Z_C = X_C = 67{,}8\ \Omega$

Ces 3 récepteurs sont branchés en série et alimentés sous une tension totale de 220 V 50Hz
Construire le triangle des impédances, puis déterminer l'impédance totale
Déterminer pour chacun d'eux l'intensité qui les traverse,
La tension présente entre leurs bornes
L'intensité totale absorbée par l'installation



En série $R_{tot} = R_R = 50\ \Omega$

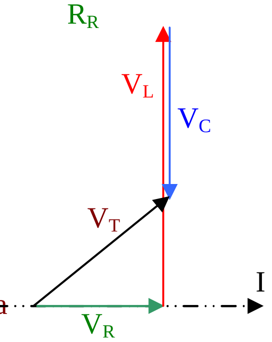
$X_{tot} = X_L - X_C = 110 - 67{,}8 = 42{,}2\ \Omega$

$Z_{tot} = \sqrt{R_{tot}^2 + X_{tot}^2} = \sqrt{50^2 + 42{,}2^2} = 65{,}4\ \Omega$

En série, les 3 récepteurs sont traversés par le même courant I_T tel que

$I_T = V / Z_{tot} = 220 / 65{,}4 \rightarrow \boxed{I_T = 3{,}36\ A}$

Aux bornes de R la tension est : $V_R = Z_R.I = 50 \times 3{,}36 \rightarrow V_R = 168\ V$
Aux bornes de L la tension est : $V_L = Z_L.I = 110 \times 3{,}36 \rightarrow V_L = 370\ V$
Aux bornes de C la tension est : $V_C = Z_C.I = 67{,}8 \times 3{,}36 \rightarrow V_C = 228\ V$
Echelle : 1 cm = 100 V



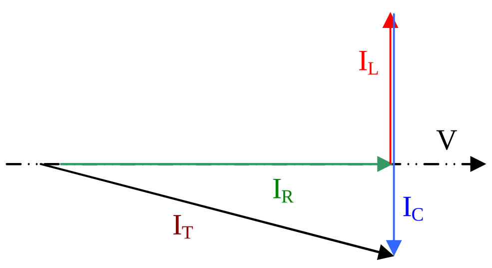
On constate que la tension aux bornes d'un récepteur est bien supérieure à la tension d'alimentation et donc $V_T \neq V_R + V_L + V_C$

Ces 3 récepteurs sont branchés en parallèle et alimentés sous une tension totale de 220 V 50Hz
Déterminer pour chacun d'eux l'intensité qui les traverse,
La tension présente entre leurs bornes
L'intensité totale absorbée par l'installation (par construction de Fresnel)

En parallèle, les 3 récepteurs sont soumis à la même tension V telle que

$V_T = V_R = V_L = V_C \rightarrow \boxed{V_T = 220\ V}$

Le courant dans R est : $I_R = V / Z_R = 220 / 50 = 4{,}4\ A$
Le courant dans L est : $I_L = V / Z_L = 220 / 110 = 2\ A$
Le courant dans C est : $I_C = V / Z_C = 220 / 67{,}8 = 3{,}2\ A$
Echelle : 1 cm = 1 A



On constate que le courant en ligne $I_T \neq I_R + I_L + I_C$
Par la mesure ou en appliquant Pythagore on a : $\boxed{I_T = 4{,}56\ A}$

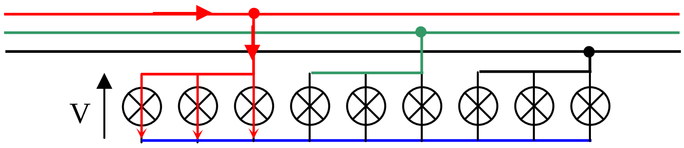
Préciser quelle doit être la valeur du condensateur pour avoir une impédance minimale
Que peut on dire alors du montage ?
On a une impédance minimale lorsque le montage est en résonance c'est à dire $Z_L = Z_C$

$L\omega = 1 / C\omega \rightarrow LC\omega^2 = 1 \rightarrow C = 1 / L\omega^2 = 1 / 0{,}35 \times 100^2 \times \pi^2 \rightarrow \boxed{C = 30\ \mu F}$

Correction des exercices paragraphe 2.10 page 39

Exercice N°1 :

Six lampes de 100 W 230 V sont réparties sur les 3 phases d'un réseau 400 V
Compléter le schéma du montage



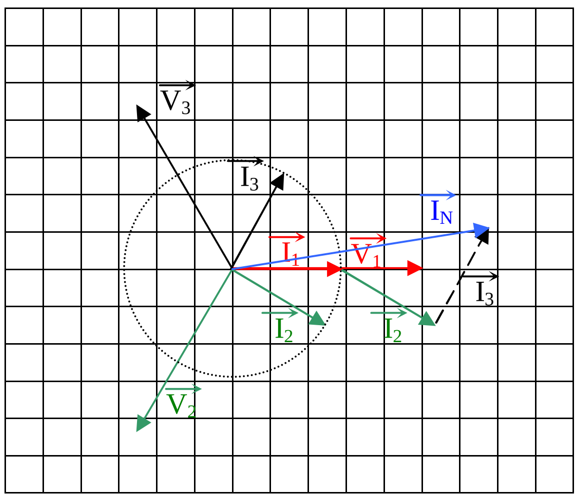
Quelle est l'intensité en ligne ?
On peut raisonner de 3 façons différentes

- au niveau installation totale : La puissance totale des 9 lampes est $P_T = 900$ W
  $I_T = P_T / \sqrt{3}.U.\cos\varphi \rightarrow I_T = 900 / 1{,}732 \times 400$ $(\cos\varphi = 1)$ $\boxed{I_T = 1{,}3\ A}$
- au niveau récepteur monophasé : La puissance de 3 lampes est $P_M = 300$ W
  $I_M = P_M / V.\cos\varphi \rightarrow I_M = 300 / 230 = 1{,}3$ A $(\cos\varphi = 1)$
  En étoile, l'intensité en ligne est la même que dans le récepteur monophasé $\boxed{I_T = I_M = 1{,}3\ A}$
- au niveau d'une lampe : La puissance d'une lampe est $P_L = 100$ W
  $I_L = P_L / V.\cos\varphi \rightarrow I_L = 100 / 230 = 0{,}435$ A $(\cos\varphi = 1)$
  On il y a 3 lampes par phase donc l'intensité en ligne est 3 fois plus grande $\boxed{I_T = 3I_L = 1{,}3\ A}$

Exercice N°2 :

Sur un secteur triphasé 230 / 400 V 50Hz avec fil de neutre, on branche :
Entre neutre et phase 1 un résistor R = 80 Ω
Entre neutre et phase 2 un condensateur C = 40 µF
Entre neutre et phase 3 un réactor : r = 40 Ω et L = 220 mH
l'intensité I_1 dans la ligne de phase 1 est : $I_1 = \boxed{2{,}87\ A}$ ou 5A ou 8,66 A
Pour un résistor, $Z_1 = R = 80\ \Omega$ et $I_1 = V_1 / Z_1 \rightarrow I_1 = 230 / 80 = 2{,}87$ A
l'intensité I_2 dans la ligne de phase 2 est : $I_2 = \boxed{2{,}87\ A}$ ou 5,75A ou 10 A
Pour un condensateur, $Z_2 = 1/C\omega = 79{,}6\ \Omega$ et $I_2 = V_2 / Z_2 \rightarrow I_2 = 230 / 79{,}6 = 2{,}89$ A
l'intensité I_3 dans la ligne de phase 3 est : $I_3 = 1{,}04$ A ou $\boxed{2{,}87\ A}$ ou 5,75 A
Pour un réactor, $Z_3 = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2} = 79{,}9\ \Omega$ et $I_2 = V_2 / Z_2 \rightarrow I_2 = 230 / 79{,}9 = 2{,}88$ A

Le système n'est pas équilibré car les récepteurs dans chaque des phases sont de nature différentes :
Ils ont sensiblement la même valeur d'impédance mais leur déphasage par rapport aux tensions sont différents :
Pour le résistor, le courant et la tension sont en phase
Pour le condensateur le courant est en avance de $\pi/2$
Pour le réactor le courant est en retard d'un angle φ tel que $\tan\varphi = L\omega / r = 69 / 40 = 0{,}58 \rightarrow \varphi = 60° = \pi/3$ rad



Déterminer graphiquement la valeur du courant I_N dans le neutre ? $I_N \approx 0$ A ou 2,87 A ou $\boxed{7\ A}$ ou 8,6 A
Echelle : 1 A pour 1 div (0,5 cm)

$$\vec{I_N} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}$$

La mesure de I_N est environ de 3,5 cm soit 7 A
Il est absolument nécessaire de raccorder le neutre

Exercice N°3 :

- Sur un secteur triphasé 230 / 400 V 50 Hz on monte en ETOILE un ENSEMBLE 1 constitué de trois résistors identiques tels que $Z_1 = 80\ \Omega$.

Quelle est l'intensité du courant dans chaque résistor : 1,66 A ou $\boxed{2,88\ A}$ ou 5A ou 8,66 A

Pour un résistor, $Z_1 = R = 80\ \Omega$ et $I_{Z1} = V_1 / Z_1 \rightarrow I_{Z1} = 230 / 80 = 2,88$ A

Quelle est l'intensité du courant I_R dans la ligne : 1,66 A ou $\boxed{2,88\ A}$ ou 5A ou 8,66 A

Le couplage étant ETOILE $I_R = I_{Z1}$ De plus I_R est en phase avec la tension

- Sur ce même réseau triphasé on monte à la place de l' ENSEMBLE 1, un ENSEMBLE 2 constitué d'un moteur triphasé 230/ 400V dont les trois enroulements sont tels que $Z_2 = 80\ \Omega$ et $\cos\varphi_2 = 0,7$

Quelle intensité traverse chaque enroulement moteur : $\boxed{2,88\ A}$ ou 3,6 A ou 5A ou 8,66 A

Le moteur est couplé en ETOILE, $I_{Z2} = V_2 / Z_2 \rightarrow I_{Z2} = 230 / 80 = 2,88$ A

Quelle est alors l'intensité du courant I_M dans la ligne : $\boxed{2,88\ A}$ ou 3,6 A ou 5A ou 8,66 A

Le couplage étant ETOILE $I_M = I_{Z2}$. De plus I_M est en retard sur la tension

- Toujours sur ce même réseau triphasé on monte en TRIANGLE à la place de l' ENSEMBLE 2, un ENSEMBLE 3 constitué de trois condensateurs tels que C = 23 µF

Quelle intensité traverse chaque condensateur : 1,66 A ou $\boxed{2,88\ A}$ ou 5A ou 8,66 A

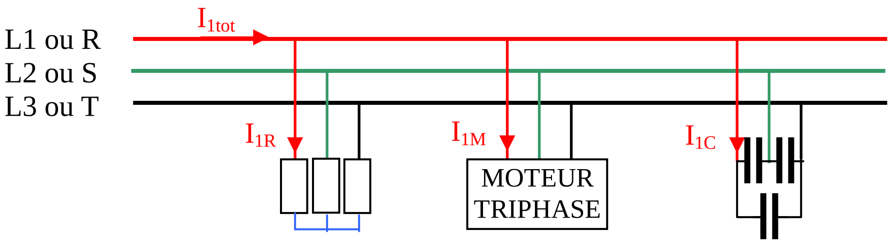
Couplage TRIANGLE, $J_{Z3} = U_3 / Z_3$ avec $Z_3 = 1 / C\omega \rightarrow J_{Z3} = 400 / 138 = 2,89$ A

Quelle est alors l'intensité du courant I_C dans la ligne : 1,66 A ou 2,88 A ou $\boxed{5A}$ ou 8,66 A

En TRIANGLE $I_C = \sqrt{3} . J_{Z3} = 1,732 \times 2,89 = 5$ A. De plus I_C est en avance sur la tension

- Les ENSEMBLES 1, 2 , 3 sont maintenant montés en même temps sur le réseau

L'installation est équilibrée car sur chacune des phases il y a les mêmes impédances : un résistor, un condensateur et un réactor



Déterminer graphiquement la valeur du courant I_{tot} dans une ligne de l'installation :

$I_{tot} \approx$ 0A ou 2,88 A ou $\boxed{5,75\ A}$ ou 8,66 A

Exemple pour le courant de phase dans la ligne 1

Echelle : 1 A pour 1 div (0,5 cm)

$\vec{I}_{1tot} = \vec{I}_{1R} + \vec{I}_{1M} + \vec{I}_{1C}$ De même pour I_{2tot} et I_{3tot}

La mesure donne 2,9 cm soit **5,8 A**

<u>Et surtout pas</u> 2,88 + 2,88 + 5 = 10,8 A

En déduire la puissance apparente de l'installation.

$S = \sqrt{3} .U . I_{tot} \rightarrow \boxed{S = 4\ KVA}$